



ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO DE CONTROLADORES LINEALES SINTONIZADOS EN DIFERENTES ESTADOS ESTACIONARIOS DEL BIORREACTOR DE CHOLETTE MEDIANTE TÉCNICAS DE DECISIÓN MULTI-CRITERIO

COMPARATIVE PERFORMANCE ANALYSIS OF DIFFERENT LINEAR CONTROLLERS TUNED FOR SEVERAL CHOLETTE'S BIOREACTOR STEADY STATES USING MULTI-CRITERIA DECISION MAKING TECHNIQUES

A. Rodríguez-Mariano², G. Reynoso-Meza³, D.E. Páramo-Calderón⁴, E. Chávez-Conde², M.A. García-Alvarado⁵ y J. Carrillo-Ahumada^{1*}

¹Universidad del Papaloapan, Instituto de Química Aplicada. Circuito Central 200, colonia Parque Industrial, Tuxtepec, Oax., México 68301.

²Universidad del Papaloapan, Instituto de Agroingeniería. Av. Ferrocarril s/n, Cd. Universitaria, Loma Bonita, Oax., México 68400.

³Programa de Posgraduados en Ingeniería de la Producción y Sistemas (PPGEPS). Pontificia Universidad Católica de Paraná (PUCPR). Inmaculada Concepción 1155(80215-901). Curitiba (PR), Brasil.

⁴Universidad del Papaloapan, Instituto de Biotecnología. Circuito Central 200, Colonia Parque Industrial, Tuxtepec, Oax., México C.P. 68301.

⁵Departamento de Ingeniería Química y Bioquímica. Instituto Tecnológico de Veracruz. Av. Miguel Ángel de Quevedo 2779, Veracruz, Ver., México 91860

Recibido 30 de Abril de 2014, Aceptado 10 de Marzo de 2015

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis comparativo del desempeño de diferentes controladores lineales desarrollados para el biorreactor de Cholette en sus diferentes modelos y estados estacionarios. Para tal finalidad, se emplearon y reformularon los índices de desempeño IAE, ISE, ITAE, ISU e IADU para evaluarlos mediante técnicas de decisión multi-criterio utilizando la metodología PROMETHEE. Los resultados demuestran la factibilidad del criterio formulado basado en el concepto de distancia de desempeño; proporcionando un método sistemático para la evaluación del desempeño de controladores lineales en sistemas estables e inestables y con multiplicidad de estados estacionarios.

Palabras clave: Biorreactor de Cholette, multiplicidad de estados, control lineal, estados estacionarios, PROMETHEE.

Abstract

In this work a comparative performance analysis of different linear controllers tuned for several Cholette's bioreactor models at different steady states was realized. To this end the performance indexes IAE, ISE, ITAE, ISU and IADU were tailored for a multi-criteria decision techniques (MCDM) reformulation using PROMETHEE analysis. The results show the feasibility of formulated criteria based on performance distance approach; providing a method for evaluating the performance of linear controllers used on stable and unstable systems with multiple steady states.

Keywords: Cholette's bioreactor, multiplicity of states, linear control, steady states, PROMETHEE.

*J. Carrillo-Ahumada. E-mail: jcarrillo@unpa.edu.mx; jesus carrillo18@yahoo.com
Tel. 01 (287) 87 5 92 40 Ext. 230

1 Introducción

La dinámica de cualquier proceso lineal o linealizado controlado con un algoritmo de control lineal puede ser representado por el espacio de estado generalizado,

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B_1w + B_2u \quad (1)$$

$$y = Cx + D_1w + D_2u \quad (2)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \alpha\xi + \beta_1r + \beta_2y \quad (3)$$

$$u = \gamma\xi + \delta_1r + \delta_2y \quad (4)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del proceso, $\xi \in \mathbb{R}^k$ es el vector de estado del control, $w \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas exógenas (señales de disturbio), $u \in \mathbb{R}^c$ es el vector de señales de control, $y \in \mathbb{R}^r$ es el vector de salidas medidas (retroalimentación al controlador) y $r \in \mathbb{R}^r$ es el vector de puntos de consigna. Las matrices del sistema en lazo abierto A , B_1 , B_2 , C , D_1 y D_2 y las del control α , β_1 , β_2 , γ , δ_1 y δ_2 deben ser constantes o dependientes del tiempo.

El sistema de lazo cerrado se puede escribir,

$$\frac{dX}{dt} = AX + B_1w + B_2r \quad (5)$$

$$y = C_1X + D_{11}w + D_{12}r \quad (6)$$

$$u = C_2X + D_{21}w + D_{22}r \quad (7)$$

donde $X' = [x' \ \xi']$ y las matrices de lazo cerrado A , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 , D_{11} , D_{12} , D_{21} y D_{22} fueron definidas por García-Alvarado y Ruiz-López (2010). Existen varios índices de desempeño calculables a partir de las ecs. (5)-(7), que pueden ser evaluados con una expresión analítica siempre y cuando el algoritmo de control asegure estabilidad asintótica (García-Alvarado y Ruiz-López (2010), Vargas-González y col. (2013)).

Integral del cuadrado del error como servo-control $w = 0$, $r = K(t)$, $e = r - y$,

$$I_{e, servo} = \int_0^\infty e' Q e dt = K' B_2' P_y B_2 K \quad (8)$$

Integral del cuadrado del error como regulador $w = K(t)$, $r = 0$, $e = r - y$,

$$I_{e, reg} = \int_0^\infty e' Q e dt = K' B_1' P_y B_1 K \quad (9)$$

Integral del cuadrado del error como regulador ante un pulso $w = \delta(t)$, $r = 0$, $e = r - y$,

$$I_{e, pulso} = \int_0^\infty e' Q e dt = \mathbf{1}' B_1' P_{yp} B_1 \mathbf{1} \quad (10)$$

donde $\mathbf{1}' = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$.

Integral del cuadrado del control como servo $w = 0$, $r = K(t)$, $u_d = u - u_\infty$,

$$I_{u, servo} = \int_0^\infty u_d' R u_d dt = K' B_2' P_u B_2 K \quad (11)$$

Integral del cuadrado del control como regulador $w = K(t)$, $r = 0$, $u_d = u - u_\infty$,

$$I_{u, reg} = \int_0^\infty u_d' R u_d dt = K' B_1' P_u B_1 K \quad (12)$$

Integral del cuadrado del control como regulador ante un pulso $w = \delta(t)$, $r = 0$, $u_d = u - u_\infty$,

$$I_{u, pulso} = \int_0^\infty u_d' R u_d dt = \mathbf{1}' B_1' P_{up} B_1 \mathbf{1} \quad (13)$$

donde $\mathbf{1}' = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$. Donde las matrices P se calculan con las siguientes ecuaciones de Riccati,

$$A' P_y + P_y A - (A^{-1}) C_1' Q C_1 (A^{-1}) = 0 \quad (14)$$

$$A' P_{yp} + P_{yp} A - C_1' Q C_1 = 0 \quad (15)$$

$$A' P_u + P_u A - (A^{-1}) C_2' R C_2 (A^{-1}) = 0 \quad (16)$$

$$A' P_{up} + P_{up} A - C_2' R C_2 = 0 \quad (17)$$

Es conocido que los índices de desempeño basados en la integral del cuadrado del error son antagonistas de los índices de desempeño basados en la integral del cuadrado del control. Un control óptimo robusto es el resultado de una optimización multi-objetivos ($I_{e, servo}$, $I_{e, reg}$, $I_{e, pulso}$, $I_{u, servo}$, $I_{u, reg}$, $I_{u, pulso}$) que balancea los índices antagonistas. Al minimizar los I_e se minimiza el error del control (desempeño), pero al minimizar los I_u aumenta la tolerancia del desempeño ante errores de modelación pues modera la acción de control y evita que el estado del proceso salga de los límites de validez del modelo (García-Alvarado y Ruiz-López (2010), Carrillo-Ahumada y col. (2011) y (2015), Vargas-González y col. (2013)). Se han probado distintos métodos de balanceo: minimizando la máxima relación Im/Re de los valores

propios de A (García-Alvarado y Ruiz-López (2010)); utilizando frentes de Pareto (Carrillo-Ahumada y col. (2011) y (2015)) y por equilibrio de Nash (Vargas-González y col. (2013)). En ninguno de los casos se utiliza la información total de todos los índices de desempeño.

Por lo general, la forma de sintonización de los parámetros de los controladores PI(D) lineales para un sistema no-lineal se efectúan en un determinado estado estacionario. Este tipo de controladores cuya estructura matemática simple proporciona un adecuado desempeño del sistema en lazo cerrado en una gran variedad de aplicaciones asegurando la reducción a cero del error del estado deseado (García-Alvarado y col. (2005)) pudiendo ser diseñado como óptimo multi-objetivo, proporcionando un conjunto de especificaciones de robustez y desempeño (Bevrani e Hiyama (2007), Reynoso-Meza y col. (2013c)). Otros desarrollos han empleado el control PI(D) con ponderación en el *setpoint* (Sree y Chidambaram (2003a y b), Carrillo-Ahumada y col. (2011)); así como control no-lineal (Sivaramakrishnan y col. (2008)).

Cuando se aborda el problema de diseño como multi-objetivo, es necesario especificar el intercambio de prestaciones deseado entre objetivos de diseño. Dichas especificaciones se suelen considerar mediante funciones de agregación antes de la fase de optimización (vectores de peso por ejemplo). Una alternativa es considerar por separado cada uno de los objetivos de diseño y optimizarlos simultáneamente. En dicho caso, se suele calcular un conjunto de soluciones, llamadas Pareto óptimas. Se habla de un conjunto de soluciones debido a que (generalmente) no existirá una solución que optimice todos los objetivos de diseño, sino varias soluciones con distinto grado de compromiso entre objetivos en conflicto. En tal caso, el análisis en el intercambio de prestaciones se realiza sobre el conjunto calculado, en una fase de análisis y selección multi-criterio (MCDA/M por sus siglas en inglés). Un proceso como este puede resultar beneficioso para el diseñador, debido al grado de involucramiento necesario en el proceso MCDA/M (Bonissone y col. (2009)).

Por otro lado, los reactores de agitación continua tipo tanque (CSTR's por sus siglas en inglés) han sido intenso objeto de estudio por la comunidad de control durante las pasadas dos décadas (Liou y Chien (1991), Kumar y Kulkarni (1994), Chidambaram y Reddy (1996), Sree y Chidambaram (2002, 2003a y b), Ibarra-Junquera y Rosu (2007), Rajinikanth y Latha (2012), Ferramosca y col. (2013), Raffo-Durán

y col. (2014)). Desde que el congreso de Amsterdam reconociera en el año de 1957 las tareas de diseño y control de reactores como actividades fundamentales en la ingeniería de las reacciones químicas, muchas publicaciones importantes como la de van Heerden (1953) referentes al comportamiento de multiplicidad se han realizado para reactores con mezclado ideal y no ideal. En los trabajos de Lo y Cholette (1978 y 1983) precisamente se hace referencia a los CSTR's con mezclado no ideal considerando el problema de multiplicidad de estados para sistemas compuestos por p reactores. Estos últimos autores describen un biorreactor de agitación continua con mezclado no ideal bajo condiciones operativas isotérmicas, donde se lleva a cabo una reacción enzimática de la forma $\frac{k_1 c}{(1+k_2 c)^2}$.

Esta forma de la rapidez de reacción es similar a una función de Michaelis-Menten para bajas concentraciones de sustrato, pero a altas concentraciones se incluye en el modelo un parámetro de inhibición (k_2). Este biorreactor, es modelado generalmente por una ecuación diferencial y una algebraica (Chidambaram y Reddy (1996), Sree y Chidambaram (2002, 2003a y b, 2005), Carrillo-Ahumada y col. (2011), Rajinikanth y Latha (2012)), aunque en algunos casos únicamente se utiliza la concentración de sustrato (Jhunjunwala y Chidambaram (2001), Sree y Chidambaram (2002), Sivaramakrishnan y col. (2008)). Este sistema, presenta multiplicidad de estados en las concentraciones de alimentación, salida y de sustrato (algunos de ellos estables e inestables) y gran sensibilidad ante parámetros de bifurcación (Carrillo-Ahumada y col. (2014)). Por estas razones ha resultado ser un sistema de estudio interesante para el diseño de diversos esquemas de control como el PI(D) (Chidambaram y Reddy (1996), Jhunjunwala y Chidambaram (2001), Sree y Chidambaram (2002, 2003a, b y 2005), Sivaramakrishnan y col. (2008), Carrillo-Ahumada y col. (2011), Rajinikanth y Latha (2012)), además que presenta un comportamiento caótico en algunos casos (Ibarra-Junquera y Rosu (2007)).

Por lo tanto, en este trabajo se plantea un análisis multi-criterio que permita utilizar toda la información para observar las prestaciones de las funciones objetivo (índices de desempeño) antagonistas de diversos controladores del biorreactor de Cholette en diferentes estados estacionarios. La relevancia del presente análisis comparativo, consiste en proporcionar un método sistemático de decisión multi-criterio para la evaluación del desempeño de

controladores lineales para sistemas con multiplicidad de estados estacionarios estables e inestables. Para ello se han reformulado los índices de desempeño convencionales I_e e I_u como son IAE, ISE, ITAE e IADU para su evaluación con la herramienta de decisión PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations*). El resto del documento se divide de la siguiente forma: La Sección 2, se presentan las técnicas de decisión multi-criterio. La Sección 3, muestra las generalidades del método de evaluación, índices básicos de desempeño, reformulación de éstos y el enfoque multicriterio. En la Sección 4, se describe al sistema de estudio y se muestran los modelos linealizados y leyes de control correspondientes. En la Sección 5, se presentan los resultados y discusión y finalmente en la Sección 6 se muestran las conclusiones de este trabajo.

2 Técnicas de decisión multi-criterio

La etapa MCDA/M (Figueira y col. (2005)) consiste en el análisis del conjunto de soluciones y la posible selección de una alternativa de diseño (la más preferente desde el punto de vista del optimizador). Por lo normal, dicho análisis y selección se desarrolla en un conjunto de soluciones Pareto óptimas, que aproximan un frente de Pareto (Miettinen, (1998)). La aproximación de frentes de Pareto y la fase MCDA/D para el ajuste y análisis de controladores es una herramienta usada ampliamente en la ingeniería de control (Reynoso-Meza y col. (2014)).

Lo anterior no es una tarea trivial, ya que el análisis de un frente de Pareto de 4 o más objetivos (como lo será en este caso) conlleva a un análisis multidimensional de soluciones. Por un lado, mientras que la visualización podría considerarse resuelta en 2-3 dimensiones para apreciar el intercambio de prestaciones, esto no se logra visualizar adecuadamente en mayores dimensiones. Por ello es crucial contar con mecanismos o herramientas para analizar datos multidimensionales y de ser posible visualizarlos.

Es ampliamente aceptado que herramientas de visualización son valiosas para analizar el conjunto de soluciones y tomar decisiones (Lotov y Miettinen (2008)). Estas herramientas son valiosas, pues permiten apreciar el intercambio de prestaciones entre objetivos de diseño y el impacto que uno puede tener en los otros (Bonissone y col. (2009)).

Para dos dimensiones (y en algunas ocasiones para tres) es relativamente sencillo hacer un análisis con representaciones en 2D y 3D. Sin embargo, para más dimensiones es difícil. Herramientas como VIDEO de Kollat y Reed (2007) emplean un sistema de coloración para añadir hasta una cuarta dimensión. En Lotov y Miettinen (2008), una revisión de técnicas de visualización es dada, incluyendo herramientas como mapas de decisión, diagramas de estrella (pétalos). Posiblemente para el área de control las más populares son diagramas de dispersión, coordenadas paralelas de Inselberg (1985 y 1998) y diagramas de nivel (Blasco y col. (2008), Reynoso-Meza y col. (2013a)).

Algunas de las características deseadas y puntualizadas en Lotov y Miettinen (2008) para los visualizadores (en general) son:

Persistencia. La información relevante debe ser retenida en la mente del diseñador.

Complejidad. Toda la información relevante debe ser desplegada.

Simplicidad. Debe ser entendible.

Es posible añadir aquí características asociadas a herramientas de cómputo; un visualizador con una adecuada interfaz de usuario que sea fácil de utilizar puede ser atractiva para el diseñador.

3 Metodología

3.1 Generalidades del método de evaluación

Las especificaciones del desempeño establecidas en el proceso de diseño de un sistema de control, proporcionan una medida de la habilidad que puede lograr en lazo cerrado (Salgado y col. (2007)). Con el sistema lineal en lazo cerrado, se ha evaluado el comportamiento del servosistema y regulatorio ya que se realizaron cambios en escalón o impulso unitario en el *setpoint* y en la señal de perturbación utilizando SimulinkTM en el dominio de frecuencia. Además, se ha evaluado también el desempeño del controlador con el sistema no-lineal en dominio del tiempo.

Posteriormente, se evaluaron los índices descritos en las secciones 3.2 y 3.3 obteniéndose un conjunto de P vectores compuestos de Q entidades de desempeño (índices de desempeño). Estos índices harán referencia al error o al esfuerzo del controlador ante un cambio en el valor deseado o en presencia de una perturbación (caso servo y caso regulatorio

respectivamente). Los P vectores conformarán matrices de desempeño reinterpretadas mediante un enfoque de análisis multi-criterio MCDA/D y evaluadas con la metodología PROMETHEE¹ (Brans y col. (1984)).

3.2 Índices básicos de desempeño

Los índices y entidades básicas de desempeño considerados para este trabajo (Tabla 1) y que conforman un criterio inicial (Criterio-A) han sido usados extensamente en la sintonización de controladores. Por ejemplo, la integral del cuadrado del error (*integral squared error*, ISE por sus siglas en inglés) (Shinsky (1988), Smith y Corripio (1985), Morari y col. (1988) y Salgado y col. (2007)). Otro índice discreto basado en el error es la integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo (*integral time squared error*, ITSE por sus siglas en inglés). El cual penaliza el tiempo de convergencia a un estado estacionario (*SSV*) (Carrasco y Salgado (2009)). Adicionalmente el error acumulativo que penaliza la acción de seguimiento, viene dado por la integral del valor absoluto del error (*integral absolute error*, IAE por sus siglas en inglés) (Duarte-Mermoud y Prieto (2004)). Una medida que determina la energía empleada por el controlador (esfuerzo de control), viene representada por la integral del cuadrado de las desviaciones de la señal de control en el estado estacionario (*integral square signal control deviation*, ISU por sus siglas en inglés) (Salgado y col. (2007)). La evolución a la salida del controlador vendrá expresada por el valor absoluto de las variaciones

totales TVU (equivalente al IADU) (Alfaro y Vilanova (2012), Reynoso-Meza y col. (2013b)). Y finalmente, otro indicador en un sistema de control es el tiempo de asentamiento a un correspondiente ancho de banda (T_s).

3.3 Reformulación de índices básicos de desempeño

Para el presente análisis del desempeño; un criterio de decisión que identifique un menor tiempo de asentamiento, menor error acumulativo, menor esfuerzo de control y una energía mínima de seguimiento podría definir un mejor controlador. Sin embargo, múltiples indicadores de desempeño pueden estar en conflicto (Sun y Li (2010)). Es importante considerar que el biorreactor de Cholette como sistema de estudio exhibe inestabilidad, multiplicidad de estados estacionarios y comportamiento caótico bajo condiciones específicas en controladores PI; lo cual es un comportamiento difícil de predecir y penalizar mediante algún índice de desempeño convencional. Lo anterior sugiere establecer una jerarquía analítica (Dubois y Prade (1988) y Dubois y col. (2013)) para fundamentar un criterio de evaluación (criterio-B); considerando un principio físico representativo. Para tal finalidad; la respuesta al sobre y bajo impulso complementa la formulación del criterio mediante el tiempo de asentamiento T_s y el número de transiciones (Nts , Ntb) alrededor del estado estacionario *SSV* de la salida del reactor. En la Tabla 2 se resume dicho criterio.

Tabla 1. Definición de los índices básicos de desempeño (Criterio-A).

Indicador básico	Expresión	Característica
<i>ISE</i>	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N e(k)^2$	Integral del error cuadrático
<i>ITSE</i>	$J_{e2} = \sum_{k=0}^N ke(k)^2$	Integral del tiempo por el error cuadrático
<i>IAE</i>	$J_{e3} = \sum_{k=1}^N r_k - y_k $	Integral del valor absoluto del error
<i>ISU</i>	$J_{u1} = \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2$	Integral de la salida de control cuadrática
<i>TVU</i>	$J_{u2} = \sum_{k=1}^N u_k - u_{k-1} $	Integral de la variación total de control
T_s	$SSV = 10\%, SSV = 5\%, SSV = 2\%$	Tiempo de asentamiento (2 % en este trabajo)

¹ Visual PROMETHEE (<http://www.promethee-gaia.net/software.html>)

Tabla 2. Conformación del criterio de evaluación (Criterio-B).

Índice de desempeño	Expresión	Característica
J_{em1}	$J_{em1} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^N e(k)^2$	Energía de seguimiento promediada en T_s
J_{em2}	$J_{em2} = \frac{t_{samp}}{T_s} \sum_{k=1}^N k[f(k, T_s)]e(k)^2$	Característica de convergencia al SSV
J_{em3}	$J_{em3} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^N e(k) $	Error acumulativo promediado en T_s
J_{um1}	$J_{um1} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2$	Esfuerzo de control promediado en T_s
J_{um2}	$J_{um2} = (Nts + Ntb) \sqrt{\frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2}$	Norma en tendencia oscilatoria (bifurcación de Hopf)
J_{um3}	$J_{um3} = J_{um1} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^N u_k - u_{k-1} }}$	Energía representativa entre acciones de control

No obstante, la aplicación de la metodología no se restringe a este tipo de sistemas. Ya que puede ser aplicable a cualquier tipo de sistemas de control con diferentes índices y/o parámetros de desempeño.

En el Apéndice A se encuentran los planteamientos que justifican la presente reformulación y conforman el criterio aplicado dentro de la metodología PROMETHEE. Un problema de evaluación multi-objetivo, mediante la utilización de las ganancias del controlador obtenidas *a priori* es,

$$J(\theta)_{\theta \in \mathfrak{R}^n} = [J_1(\theta), \dots, J_m(\theta)] \in \mathfrak{R}^m \quad (18)$$

donde $\theta \in \mathfrak{R}^n$ se define como el vector de decisión, que con respecto a las ecuaciones del controlador lineal (ecs. (3)-(4)) son $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, \delta_1$ y δ_2 ; y $J(\theta) \in \mathfrak{R}^m$ como el vector de objetivos que en este caso son I_e e I_u .

3.4 Enfoque multi-criterio

El enfoque desde el punto de vista PROMETHEE (Brans y col. (1984) y Behzadian y col. (2009)); considera un conjunto finito A de alternativas a ser

evaluadas mediante un conjunto de criterios C (ec. (19)). Donde el objetivo es maximizar las ganancias o minimizar los costos, partiendo de relaciones binarias de preferencia $P_j(a_x, a_i)$. En este caso el criterio considerado viene dado por el criterio-B (Tabla 2). La metodología PROMETHEE se resume a continuación en la Fig. 1.

Atendiendo a esta metodología; el análisis del desempeño multi-criterio de las A alternativas (controladores involucrados), requiere de la asignación de los pesos w_j y funciones preferenciales P_j para cada criterio componente dentro del criterio-B. Esta es una tarea dependiente de las consideraciones del evaluador (Sarraf y col. (2013)). No obstante; la formulación del criterio anteriormente presentado (Criterio-B), efectúa una transformación en la matriz de decisión como se ha efectuado para otras metodologías multi-criterio como lo es TOPSIS (Yoon y Hwang (1995)). En este caso, las distancias de desempeño $d_j(a_x - a_i)$; son transformadas (ver Apéndice A) para poder interpretarlas mediante la opción 6 (Fig. 2) de la metodología PROMETHEE, como un proceso con distribución normal-estándar ($N(0, 1)$).

$$MCDA/D \begin{cases} \min \{c_1(a_1), c_2(a_2), \dots, c_j(a_i) \mid a_i \in A; c_j \in C\} & \text{Opcional maximizar o minimizar} \\ A = \{a_i \mid i = 1, 2, \dots, m\} & \text{Es el conjunto de alternativas} \\ C = \{c_j \mid j = 1, 2, \dots, n\} & \text{Es el conjunto de criterios} \end{cases} \quad (19)$$

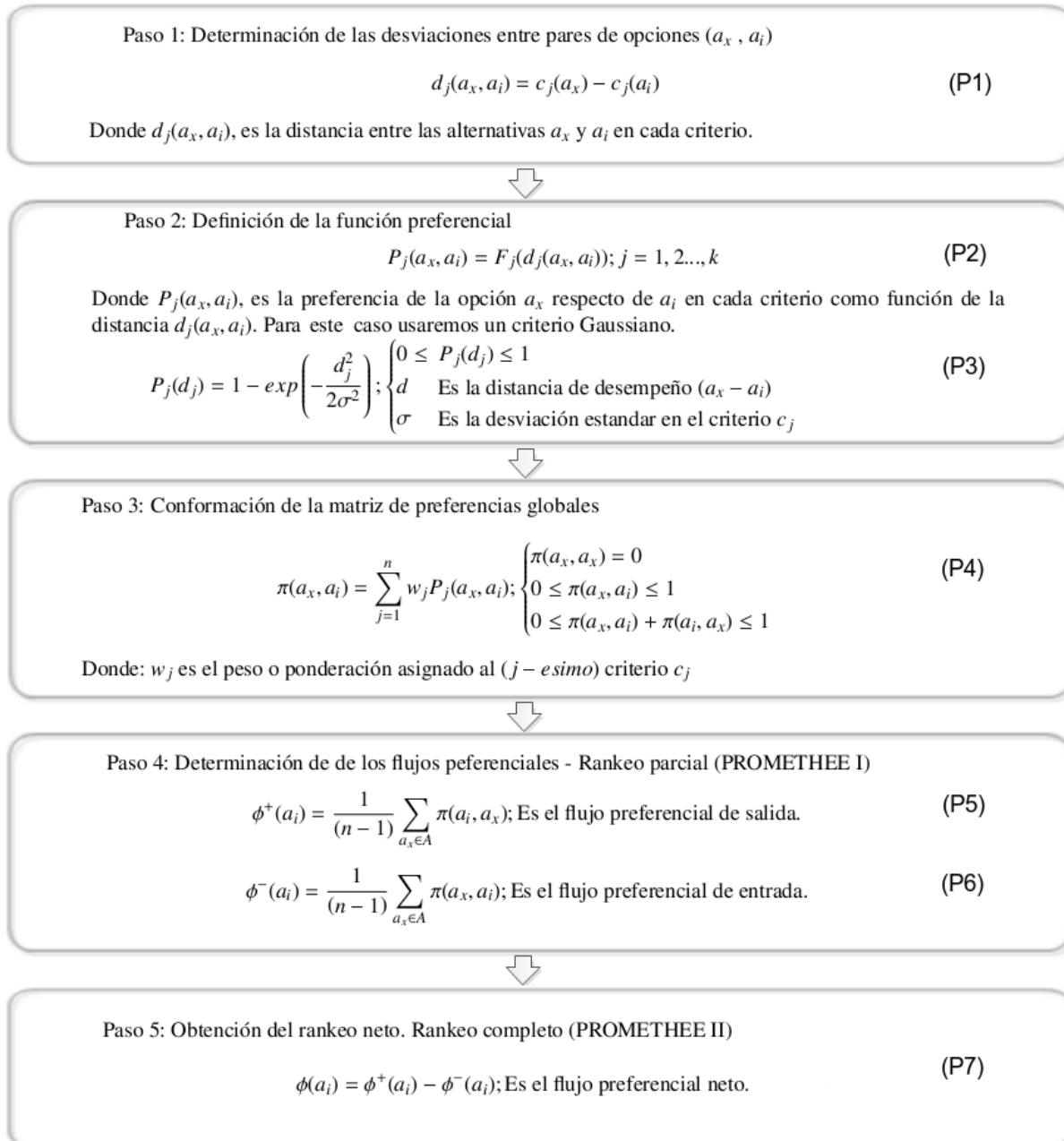


Fig. 1. Esquema básico PROMETHEE.

De tal forma que es posible plantear un procedimiento de asignación basado en la desviación estándar de los desempeños componente (Tabla 3). En donde el umbral en 1σ corresponde al punto de inflexión de la curva Gaussiana (campana inversa) donde el grado de preferencia es de $(1 - 0.6)$.

La condición anterior en 1σ representará el caso de una evaluación con un umbral de exigencia del 60 % en una característica específica de los controladores.

Esto proporciona una forma sistemática de ajuste en el umbral de interés ($60\% = 1\sigma$, $88\% = \sigma/2$, $94\% = \sigma/3$, etc) de acuerdo a la ec (P3) (Fig. 1). Combinando estas preferencias es posible ranquear los controladores comprometidos por ejemplo: con la mejor estabilidad, la menor energía de seguimiento del error y la mejor convergencia; o los controladores que tengan las

Tabla 3. Procedimiento general de asignación para funciones preferenciales y pesos.

Caso Considerado	Pesos (w_j) (Relación propuesta)	Función preferencial (P_j) (Función Gaussiana)	Condición a cumplir
	3 a 1	$\sigma=1$	
Evaluación por característica del controlador	respecto de una no evaluada (equivalente a un umbral de ponderación ($P_j w_j$) 2 a 1)	característica evaluada $\sigma=2$ característica no evaluada	$\sum_{j=1}^n w_j = 1$

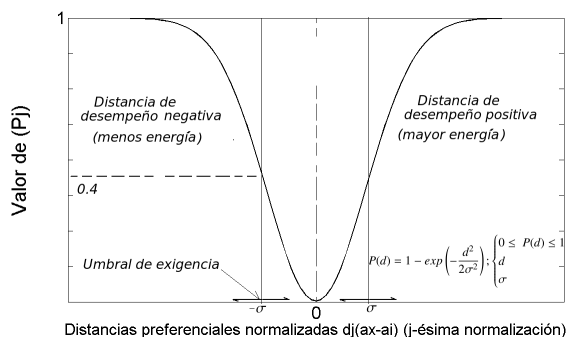


Fig. 2. Función preferencial Gaussiana (Brans y col. (1984)).

mejores opciones en la energía de seguimiento y el menor error acumulativo comprometidos con el menor esfuerzo de control.

4 Descripción del sistema de estudio

En este trabajo se tratará el caso de las concentraciones de los sustratos como las variables a controlar y considerando una reacción del tipo isotérmica; se han implementado modelos matemáticos representativos como el de Cholette (Liou y Chien (1991)). El biorreactor de Cholette con mezclado continuo no-ideal, con reacción enzimática es representado en la Fig. 3.

El modelo presenta el comportamiento no ideal de mezclado, supone que todos los parámetros y propiedades fisicoquímicas son constantes y que la reacción enzimática ocurre en el reactor bajo condiciones operativas isotérmicas. Esto se describe de la siguiente manera:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{qn}{Vm}(c_f - c) - \frac{k_1c}{(1 + k_2c)^2} \quad (20)$$

$$c_e = nc + (1 - n)c_f \quad (21)$$

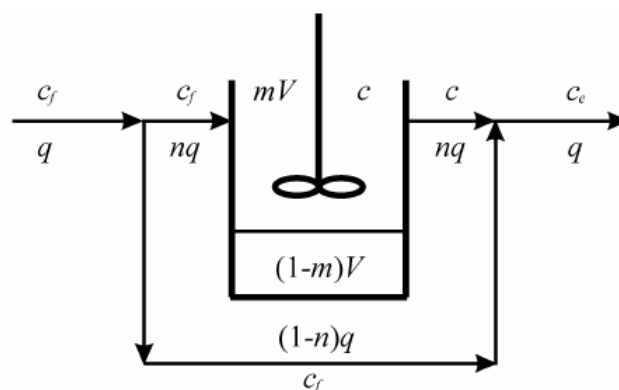


Fig. 3. Biorreactor de Cholette.

Tabla 4. Descripción de los parámetros del biorreactor de Cholette (Sree y Chidambaram (2003a)).

Variable	Valor nominal	unidades
q	3.33×10^{-5}	$[m^3 s^{-1}]$
V	1×10^{-3}	$[m^3]$
n, m	0.75	adimensional
k_1	10	$[s^{-1}]$
k_2	10	$[m^3 \text{ kg mol}^{-1}]$

Donde c es la concentración del sustrato en el tanque (en la zona de mezclado), c_e es la concentración del sustrato a la salida del reactor (variable controlada), c_f representa la concentración a la entrada (variable manipulada o de control), q representa el flujo de alimentación (entrada exógena). n es la fracción del reactante alimentado que entra a la zona de mezclado perfecto, m es la fracción del volumen total del reactor V donde ocurre la reacción, $(1-m)$ es la zona muerta, k_1 y k_2 describen la velocidad de la reacción. Comúnmente se han utilizado los parámetros de la Tabla 4 en la descripción del modelo.

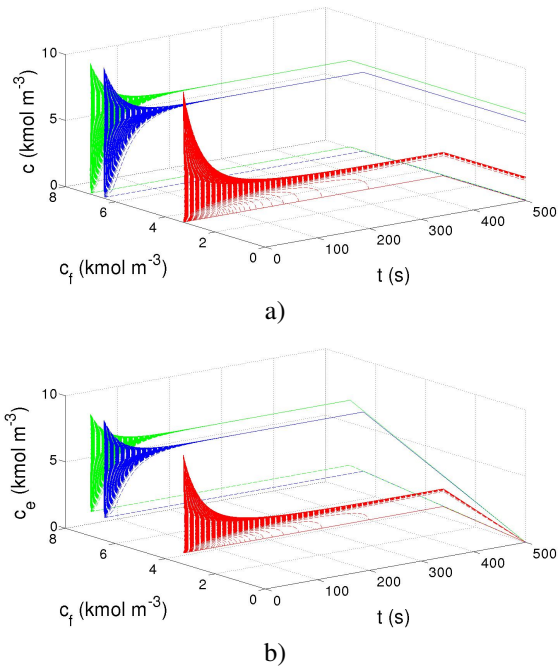


Fig. 4. Dinámica no-lineal del biorreactor de Cholette. **a)** Concentración de sustrato con respecto a la concentración de alimentación, **b)** concentración de salida con respecto a la concentración de alimentación.

El modelo citado corresponde a un sistema una-entrada una-salida (SISO por sus siglas en inglés) no-lineal, en donde el valor actual de la variable de salida depende de las condiciones iniciales del mismo. La dinámica evaluada para la concentración de sustrato y para la concentración de salida en función de la concentración de alimentación y del tiempo se presenta en la Fig. 4.

La respuesta en lazo abierto exhibe multiplicidades en las concentraciones de entrada y sustrato, y por consiguiente de salida. Esto significa que para N valores posibles en la entrada corresponde un mismo valor a la salida del reactor. Por otra parte, la multiplicidad en la salida significa que para un valor fijo en estado estacionario de la entrada, corresponden M posibles valores a la salida. El biorreactor de Cholette (ecs. (20) y (21)) aporta información sobre dichos puntos de multiplicidad (Tabla 5) mediante el desarrollo de una expresión polinómica (ec. (22)) en función de las concentraciones c_e y c_f . Donde la condición en estado estacionario se cumple cuando $Z(c_f, c_e) = 0$.

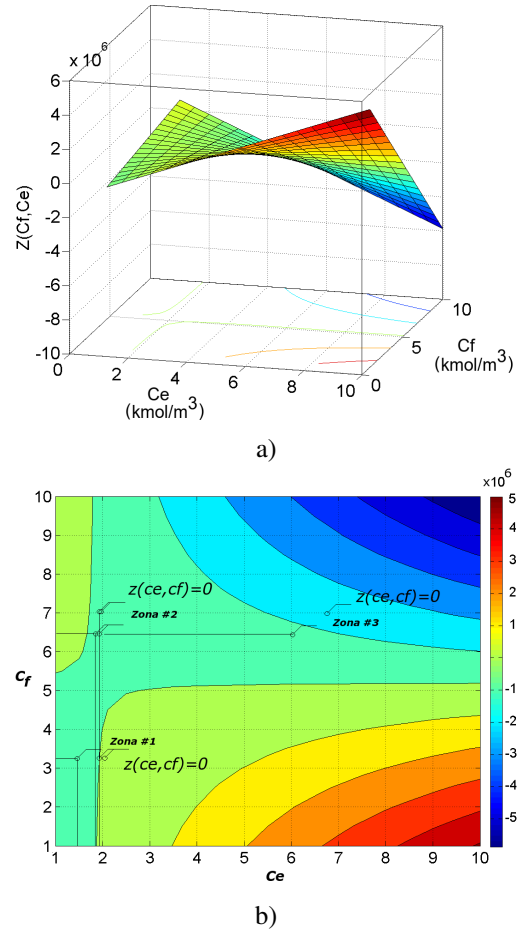


Fig. 5. Multiplicidad de estados estacionarios: **a)** función $Z(c_f, c_e)$, **b)** visualización de los 9 estados estacionarios.

$$Z(c_f, c_e) = p_0 (c_e + \alpha)^3 - p_1 (c_e + \alpha)^2 - p_2 (c_e + \alpha) - p_3 \quad (22)$$

Donde α , p_1 , p_2 y p_3 son funciones de la concentración a la entrada del reactor c_f ; mientras que p_0 corresponde al cuadrado del coeficiente de la velocidad de la reacción k_2 .

$$\begin{aligned} \alpha &= c_f (n - 1) \\ p_1 &= nk_2 (k_2 c_f - 2) \\ p_2 &= n^2 (2k_2 c_f - (k_1 V/q)) \\ p_3 &= n^3 c_f \\ p_0 &= k_2^2 \end{aligned} \quad (23)$$

El mapeo de la función dada por la ec. (22) es presentado en la Fig. (5) e identifica los estados

Tabla 5. Estados estacionarios del biorreactor de Cholette y sus concentraciones.

Concentración de alimentación (c_f) kmol m^{-3}	Concentración de sustrato (c) kmol m^{-3}	Concentración de salida (c_e) kmol m^{-3}
3.288	1.767, 1.303, 0.014	2.147, 1.80, 0.832
6.484	6.0, 0.238, 0.045	6.122, 1.80, 1.655
7.026	6.584, 0.184, 0.057	6.694, 1.894, 1.80

estacionarios mediante zonas de interés donde se ha aplicado una ley de control para esta reacción enzimática (zona 1, 2 y 3). El incremento en la función $Z(c_f, c_e)$ respecto de pequeños incrementos en las concentraciones puede interpretarse mediante las curvas de nivel; sugiriendo la naturaleza inestable del sistema y orientando de manera práctica sobre los comportamientos estacionarios (estabilidad estática) en lazo abierto tomando c_f como la variable manipulada y c_e como variable de salida.

Las condiciones anteriores representan un reto importante para la síntesis de controladores; puesto que el sistema diseñado puede responder distintamente a cambios similares en la variable manipulada. Por tal motivo, algunos estados estacionarios pueden degradar el desempeño de un controlador.

4.1 Modelos linealizados y leyes de control

Generalmente, los modelos del biorreactor son linealizados en un punto de operación estacionario para desarrollar una ley de control. Para obtener las matrices del sistema en lazo abierto (A , B_1 , B_2 , C , D_1 y D_2) de las ecs. (1)-(2), se emplea la linealización en serie de Taylor al sistema tomando el primer término de la expansión del modelo no-lineal dado por las ecs. (20) y (21),

$$\begin{aligned}
 A &= -\left(\frac{nq}{mV}\right) - (1 + k_2c_s)^2 - 2(1 + k_2c_s)k_2k_1c_s \\
 B_1 &= \left(\frac{n}{mV}\right)(c_{fs} - c_s) \\
 B_2 &= \left(\frac{nq}{mV}\right) \\
 C &= n \\
 D_1 &= 0 \\
 D_2 &= 1 - n
 \end{aligned} \tag{24}$$

Cuando se considera únicamente la ec. (20),

$$\begin{aligned}
 A &= C - \left(\frac{nq}{mV}\right) - (1 + k_2c_s)^2 - 2(1 + k_2c_s)k_2k_1c_s \\
 B_1 &= D_2 = \left(\frac{n}{mV}\right)(c_{fs} - c_s) \\
 B_2 &= \left(\frac{nq}{mV}\right) \\
 D_1 &= 0
 \end{aligned} \tag{25}$$

En el caso de una función de transferencia,

$$G(s) = \frac{kp(1+p)}{(\tau s + 1)} = \frac{b_1s + b_2}{(\tau s + 1)} \tag{26}$$

donde,

$$\begin{aligned}
 \tau &= -\frac{1}{A} & k &= -\frac{B_2}{A} & kp &= -Ck - D_2 \\
 p &= -\frac{D_2\tau}{kp}; & b_1 &= kp; & b_2 &= pkp
 \end{aligned}$$

Cabe señalar que las funciones de transferencia con polos y ceros inestables se presentan comúnmente en el modelado de reacciones enzimáticas en un mezclado no-ideal. Adicionalmente, aparecen retardos generados por fenómenos de transporte y tiempos de sensado involucrados (Normey-Rico y Camacho (2009)). Todos estos factores dificultan la formulación de una ley de control e influyen en el desempeño del mismo.

Las leyes de control utilizadas para este sistema son,

- Control integral (I),

$$U(s) = \frac{K_i}{s}E(s) \tag{27}$$

- Control proporcional integral (PI),

$$U(s) = \frac{K_p + K_i}{s}E(s) \tag{28}$$

- Control proporcional con parámetro de ponderación, integral del error, menos la derivada de la salida (PwIDy),

$$U(s) = \left(K_p w + \frac{K_i}{s}\right)R(s) - \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)Y(s) \quad (29)$$

- Control proporcional con parámetro de ponderación en el *setpoint*, integral, derivativo del error (PwID),

$$U(s) = \left(K_p w + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)R(s) - \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)Y(s) \quad (30)$$

- Control proporcional con parámetro de ponderación en el *setpoint*, integral del error (PwI),

$$U(s) = \left(K_p w + \frac{K_i}{s}\right)R(s) - \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)Y(s) \quad (31)$$

- Control proporcional, integral y derivativo con filtro del error (PIDn),

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\frac{K_d s}{N} + 1}\right)R(s) - \left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\frac{K_d s}{N} + 1}\right)Y(s) \quad (32)$$

Donde $U(s)$ es la señal de control, $R(s)$ es el *setpoint*, $E(s)$ es el error, $W(s)$ es la entrada exógena o de perturbación, $Y(s)$ es la salida medida, $K_i = \frac{K_p}{\tau_i}$ y $K_d = K_p \tau_d$.

En la Tabla (6) se presentan los modelos lineales del biorreactor de Cholette junto con las estructuras y

ganancias de los controladores que se han obtenido de referencias bibliográficas.

Los modelos considerados del biorreactor se clasifican como sistemas estables e inestables de primer orden y en algunos casos con retardo de tiempo (*first order plus delay time*, FOPDT por sus siglas en inglés). Donde las especificaciones de desempeño conseguidas son menos satisfactorias respecto de los sistemas FOPDT estables debido a la presencia de ceros dominantes (Sree y Chidambaram (2003a y b), Hernández-Pérez y col. (2013)).

Otro modelo del biorreactor de Cholette es el que utiliza $c_{fs} = 3.288 \text{ kmol m}^{-3}$ y $c_s = 1.316 \text{ kmol m}^{-3}$, el cual tiene la forma: $G(s) = \frac{3.433}{103.1s-1}e^{-20s}$. Normey-Rico y Camacho (2009) utilizan un control por medio de un predictor de Smith de la forma: $C(s) = \frac{3.29(43.87s+1)}{43.87s}$, $F(s) = \frac{20s+1}{43.87s+1}$, $F_r(s) = \frac{(20s+1)^2(93.16s+1)}{(43.87s+1)(26s+1)^2}$. Un análisis comparativo con éste modelo es el que muestra Márquez-Rubio y col. (2010) utilizan un control PwI con ganancias $K_p = 22.6$, $K_i = 1.13$, $w = 0.5$ y realizan el comparativo con el control sintonizado por Normey-Rico y Camacho (2009) considerando el conocimiento exacto de los parámetros y condiciones iniciales diferentes de cero. Sivaramakrishnan y col. (2008) utilizan el modelo 4 (Tabla 6) para aplicar una ley de control no-lineal por modos deslizantes. Se ha realizado también la identificación en lazo cerrado mediante optimización para sintonizar una ley de control PID para el modelo 3 (Tabla 6) como se muestra en Sree y Chidambaram (2002).

5 Resultados y discusión

5.1 Evaluación multi-objetivo de modelos lineales y no-lineales

Las simulaciones correspondientes a los controladores para los cinco modelos lineales y no-lineales del biorreactor de Cholette (Tabla 6), generaron matrices de desempeño para el problema servo y regulatorio de la forma,

$$\Psi = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1j} \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{ij} & J_{i2} & \cdots & J_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{em1}^{11} & J_{em2}^{12} & J_{em3}^{13} & J_{um1}^{14} & J_{um2}^{15} & J_{um3}^{1j} \\ J_{em1}^{11} & J_{em2}^{12} & J_{em3}^{13} & J_{um1}^{14} & J_{um2}^{15} & J_{um3}^{1j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{em1}^{i1} & J_{em2}^{i2} & J_{em3}^{i3} & J_{um1}^{i4} & J_{um2}^{i5} & J_{um3}^{ij} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Tabla 6: Resumen de los modelos y controladores desarrollados en estados estacionarios del biorreactor de Cholette.

No	Modelo	Estado Estacionario (kmol m ⁻³)	Estructura y ganancias del controlador	Referencia	Nomenclatura
1	$G(s) = \frac{0.2341s + 0.2734}{0.9364s - 1}$	$c_s = 0.05867$ $c_{fs} = 7.024$ $c_e = 1.8$	$\tau_i = 0.1$	Chidambaram y Reddy (1996)	a11
			PI (LQR: $Q = 1, R = 0.02$) $K_p = 3.54, K_i = 5$	Propuesto	a12
			PI (LQR: $Q = 0.2, R = 1$) $K_p = 2.226, K_i = 5$	Propuesto	a13
2	$G(s) = \frac{1.12106}{33.635s - 1} e^{-10s}$	$c_s = 1.0439$ $c_{fs} = 3.288$	PwID $K_p = 2.19, \tau_i = 35.35, \tau_d = 2.89, w = 1$	Huang y Chen (1999)	a21
			PwID $K_p = 3.151, \tau_i = 53.85, \tau_d = 5.86, w = 1$	Jhunjhunwala y Chidambaram (2001)	a22
			PwID $K_p = 2.19, \tau_i = 35.35, \tau_d = 2, w = 1$	Propuesto	a23
3	$G(s) = \frac{2.21(1+11.133s)}{98.3s - 1} e^{-20s}$	$c_s = 1.304$ $c_{fs} = 3.288$ $c_{es} = 1.8$	PwI $K_p = 1.2, \tau_i = 94.74, w = 0.1517$	Sree y Chidambaram (2003b)	a31
			PwI $K_p = 1.2, \tau_i = 94.74, w = 1$	Sree y Chidambaram (2003b)	a32
			PwI $K_p = 2, \tau_i = 94.74, w = 0.1517$	Propuesto	a33
4	$G(s) = \frac{3.3226}{99.69s - 1} e^{-20s}$	$c_s = 1.3065$ $c_{fs} = 3.288$	PwIDy $K_p = 1.486, \tau_i = 129.85, \tau_d = 11.644, w = 1$	Sree y Chidambaram (2005)	a41
			PwIDy $K_p = 1.486, \tau_i = 129.85, \tau_d = 11.644, w = 0.6894$	Sree y Chidambaram (2005)	a42
			PIDn $K_p = 1.4715, K_i = 0.0147, K_d = 6.392, N = 10$	Rajinikanth y Latha (2012)	a43
			PIDn $K_p = 1.4715, K_i = 0.0228, K_d = 6.392, N = 10$	Rajinikanth y Latha (2012)	a44
			PIDn $K_p = 1.486, \tau_i = 129.85, \tau_d = 11.644, w = 0.3447$	Propuesto	a45
5	$G(s) = \frac{-0.1727(1-4.473s)}{3.1s - 1}$	$c_s = 0.2383$ $c_{fs} = 6.484$ $c_{es} = 1.8$	PwI $K_p = -4.8615, K_i = 0.037, w = -0.113$	Sree y Chidambaram (2003a)	a51
			PwI	Carrillo-	a52
			PwI $K_p = -4.379, K_i = 0.090, w = -0.1044$	Ahumada y col. (2011)	a53
			PwI $K_p = -4.235, K_i = 0.1663, w = 0.2773$	Ahumada y col. (2011)	a54
			PwI $K_p = -4.7053, K_i = 0.1113, w = 0.1425$	Ahumada y col. (2011)	a54

donde Ψ corresponde a la matriz servo o regulatorio para la evaluación. De tal forma que el análisis multicriterio se estratifica por modelo; mientras que las alternativas analizadas (A) se especifican como a_{ij} . Donde i representa el modelo considerado y j es el controlador. Cada controlador para su correspondiente estado estacionario fue simulado con el modelo lineal y no-lineal. En el modelo lineal, para los cambios en el servosistema se realizó un cambio en escalón del *setpoint* de 0 a 1 manteniendo constante la variable exógena. Para cambios regulatorios se mantuvo constante el *setpoint* con un cambio en escalón de la variable exógena de 0 a 1. Con respecto al modelo no-lineal, los cambios servo y regulatorios se realizaron

conforme a bibliografía correspondiente a cada estado.

Modelo 1

Para el modelo 1, se tienen tres opciones de controladores para un estado estacionario (Tabla 6). En las Tablas (7) y (8) se presentan los índices de desempeño obtenidos de la evaluación de los controladores correspondientes para el sistema lineal y no-lineal. Conforme el esquema de asignación propuesto (Tabla 3), las ponderaciones y funciones preferenciales se pueden configurar dependiendo de la finalidad de la evaluación (compromiso con el error, acciones de control o una combinación de éstos).

Tabla 7: Índices de desempeño obtenidos con el sistema lineal y no-lineal para el caso servo.

Modelo	J_{e1}	J_{e2}	J_{e3}	J_{u1}	J_{u2}	T_s	J_{em1}	J_{em2}	J_{em3}	J_{um1}	J_{um2}	J_{um3}
a_{11}^{lineal}	49.056	5.05×10^3	115.98	3.25×10^3	11.55	5.86	8.37	8.62	19.79	554.65	565.22	395.11
$a_{11}^{no-lineal}$	0.1942	33.28	9.32	3.33×10^3	11.66	8.5	22.8×10^{-3}	0.195	1.09	391.76	39.58	334.49
a_{12}^{lineal}	8.67	715.09	42.77	2.65×10^3	6.54	3.75	2.31	1.90	11.40	707.30	319.14	536.25
$a_{12}^{no-lineal}$	0.725	150.43	18.67	3.44×10^3	11.37	15.8	45.8×10^{-3}	0.476	1.18	217.72	29.51	256.56
a_{13}^{lineal}	21.21	2.37×10^3	77.23	2.83×10^3	9.18	3.75	4.30	4.80	15.66	574.03	431.26	420.57
$a_{13}^{no-lineal}$	0.719	145.38	18.51	3.42×10^3	11.438	15.4	46.6×10^{-3}	0.472	1.201	222.07	29.80	256.68
a_{21}^{lineal}	4.53×10^3	1.28×10^7	5.37×10^3	3.81×10^4	16.12	125.16	36.19	1019.09	42.88	304.16	156.96	847.50
$a_{21}^{no-lineal}$	5.33	3.9×10^{-3}	106.65	18.21	3.94	100.5	0.053	1.945	1.061	0.181	1.702	0.915
a_{22}^{lineal}	2.7×10^3	6.82×10^6	4.48×10^3	2.45×10^4	20.45	109.77	24.58	621.72	40.81	223.39	59.79	517.51
$a_{22}^{no-lineal}$	2.34	1.02×10^3	48.29	10.25	3.69	67.2	0.035	0.760	0.718	0.152	0.781	0.651
a_{23}^{lineal}	5.79×10^3	1.94×10^7	6.92×10^3	5.02×10^4	20.91	205.26	28.20	946.46	33.69	244.37	156.32	765.51
$a_{23}^{no-lineal}$	5.27	3.85×10^3	105.86	19.68	3.93	101.2	0.052	1.902	1.046	0.194	1.763	0.987
a_{31}^{lineal}	4.62×10^3	1.88×10^7	8.76×10^3	4.67×10^3	1.4169	465.9	9.91	403.79	18.79	10.03	15.83	181.80
$a_{31}^{no-lineal}$	8.758	6.33×10^3	155.45	5.166	3.367	400	0.053	1.925	0.945	0.031	0.531	0.219
a_{32}^{lineal}	3.97×10^3	3.53×10^7	9.66×10^3	8.6×10^3	4.16	447.74	8.86	787.96	21.57	19.20	21.91	199.15
$a_{32}^{no-lineal}$	3.303	4.94×10^3	118.47	8.789	3.518	410	0.027	2.008	0.963	0.071	0.801	0.422
a_{33}^{lineal}	3.79×10^3	1.10×10^7	6.31×10^3	4.23×10^3	1.805	157	24.14	700.63	40.16	26.94	20.76	251.27
$a_{33}^{no-lineal}$	7.752	5.33×10^3	136.91	4.681	3.369	400	0.103	3.553	1.825	0.062	0.499	0.294
a_{41}^{lineal}	4.35×10^3	2.08×10^7	8.45×10^3	8.64×10^3	8.01	293.26	14.81	708.58	28.81	29.45	10.85	178.21
$a_{41}^{no-lineal}$	0.577	581.90	44.65	1.55	3.425	300	0.008	0.447	0.687	0.023	0.308	0.104
a_{42}^{lineal}	3.05×10^3	6.69×10^6	5.12×10^3	4.86×10^3	5.58	207.95	14.68	321.80	24.62	23.37	19.33	142.59
$a_{42}^{no-lineal}$	0.525	144.465	26.354	1.013	3.382	60	0.008	0.120	0.439	0.017	0.259	0.071
a_{43}^{lineal}	5.29×10^3	2.19×10^7	7.21×10^3	3.64×10^4	145.46	207.95	25.4	1051.74	34.64	174.84	52.89	209.04
$a_{43}^{no-lineal}$	0.729	620.951	43.94	3.364	3.396	210	93.02	1.984×10^3	577.27	212.587	4.425	291
a_{44}^{lineal}	6.83×10^3	3.41×10^7	9.23×10^3	4.02×10^4	147.15	270.94	25.20	1257.80	34.05	148.52	109.68	201.53
$a_{44}^{no-lineal}$	0.747	578.766	40.419	3.559	3.407	260	0.01	0.413	0.577	0.051	1.352	0.230
a_{45}^{lineal}	3.04×10^3	6.52×10^6	5.05×10^3	4.79×10^3	5.56	263.08	11.55	247.79	19.19	18.20	8.53	125.20
$a_{45}^{no-lineal}$	1.136	698.21	53.88	1.660	3.341	85	0.013	0.410	0.633	0.0195	0.139	0.098
a_{51}^{lineal}	931.05	3.06×10^5	1.1×10^3	2.39×10^4	11.14	37.39	24.90	81.87	29.48	639.20	50.56	1171.07
$a_{51}^{no-lineal}$	1.823	118.90	22.55	45.693	7.115	20	0.194	0.632	2.398	4.860	8.818	5.588
a_{52}^{lineal}	914.41	2.36×10^5	1.06×10^3	2.23×10^4	15.81	34.64	26.39	68.26	30.64	642.95	25.35	951.59
$a_{52}^{no-lineal}$	1.773	84.723	19.832	42.146	7.056	30	0.236	0.565	2.644	5.619	2.370	5.793
a_{53}^{lineal}	3.89×10^3	1.58×10^5	2.0×10^3	9.24×10^4	6.44	28.07	138.72	564.30	71.35	3292.12	114.75	2173.07
$a_{53}^{no-lineal}$	7.492	627.305	38.960	176.77	12.593	30	0.634	2.680	3.329	15.1	23.32	14.56
a_{54}^{lineal}	2.36×10^3	1.85×10^6	2.19×10^3	6.68×10^4	22.75	51.8	45.52	358.06	42.30	1290.34	287.37	1945.99
$a_{54}^{no-lineal}$	4.725	759.798	44.730	131.594	8.797	55	0.189	1.525	1.796	5.284	32.183	8.894

El ranqueo PROMETHEE II de los controladores comprometidos con el menor esfuerzo para la característica de convergencia del error J_{em2} , mejor acción del controlador J_{um3} y mejor estabilidad en el punto de operación J_{um2} es mostrado en la Tabla (9). Los cuales presentan las siguientes respuestas para el sistema lineal (Fig. 6) y para el sistema no-lineal (Fig. 7). Las ponderaciones y funciones preferenciales para el enfoque de la presente evaluación en ambos problemas (servo y regulatorio) son las siguientes: $\{J_{em2}, J_{um2}, J_{um3}$ con $P_j = 1\sigma$ y $w_j = 0.25\}$ y $\{J_{em1}, J_{em3}, J_{um1}$ con $P_j = 2\sigma$ y $w_j = 0.08\}$ (Tabla 3). El ranqueo para el sistema lineal del modelo 1 indica que la opción a_{12} tiene el mejor ranqueo de desempeño para el servosistema, la opción a_{11} presentó el mejor desempeño para el caso regulatorio. Además, el ranqueo para el sistema no-lineal indica que la opción a_{11} tiene el mejor desempeño para el servosistema, la opción a_{13} muestra el mejor desempeño para el

caso regulatorio. Este cambio, en los rankeos es debido a que el sistema lineal es una aproximación del sistema no-lineal. En el Apéndice B se muestran las coordenadas paralelas correspondientes a este modelo.

Modelo 2

Para el modelo 2, se tienen tres opciones de controladores para un estado estacionario (Tabla 6). En las Tablas (7) y (8) se presentan los índices de desempeño obtenidos de la evaluación de los controladores correspondientes para el sistema lineal y no-lineal. El ranqueo PROMETHEE II de los controladores comprometidos con el menor esfuerzo de control para la característica de convergencia del error J_{em2} , mejores acciones del controlador J_{um3} y mejor estabilidad en el punto de operación J_{um2} (Tabla 9). Los cuales presentan las siguientes respuestas para el sistema lineal (Fig. 8) y para el sistema no-lineal

Tabla 8: Índices de desempeño obtenidos con el sistema lineal y no-lineal para el caso regulatorio.

Modelo	J_{e1}	J_{e2}	J_{e3}	J_{u1}	J_{u2}	T_s	J_{em1}	J_{em2}	J_{em3}	J_{um1}	J_{um2}	J_{um3}
a_{11}^{lineal}	3.22	1.31×10^4	25.44	4.05×10^3	2.53	47	1.14	46.12	8.99	1430.70	1134.74	1511.27
$a_{11}^{no-lineal}$	0.1163	32.05	8.49	1.11×10^4	11.27	20	5.8×10^{-3}	0.80	0.424	550.10	70.35	732.68
a_{12}^{lineal}	0.569	2.29×10^3	8.19	4.0×10^3	1.478	45	0.60	24.40	8.70	4255.32	1108.96	3393.56
$a_{12}^{no-lineal}$	0.476	138.96	17.09	3.69×10^3	11.31	30	21.6×10^{-3}	0.315	0.775	167.34	38.80	233.66
a_{13}^{lineal}	1.41	5.72×10^3	16.26	4.02×10^3	1.84	47	1.10	44.65	12.71	3141.40	1064.91	2615.92
$a_{13}^{no-lineal}$	0.480	137.08	17.11	2.79×10^3	11.31	30	22×10^{-3}	0.314	0.785	127.52	33.87	177.04
a_{21}^{lineal}	657.62	2.12×10^6	1.82×10^3	3.88×10^3	4.32	114.51	5.74	184.94	15.90	33.87	46.56	174.27
$a_{21}^{no-lineal}$	147.15	2.03×10^5	739.85	759.67	7.66	238	0.618	42.647	3.108	3.192	16.079	17.792
a_{22}^{lineal}	512.73	1.79×10^6	1.78×10^3	2.31×10^3	5.32	91.76	5.58	194.71	19.43	25.20	15.06	104.64
$a_{22}^{no-lineal}$	30.27	1.75×10^4	196.85	168.04	4.98	90.3	0.336	9.722	2.186	1.866	4.098	7.935
a_{23}^{lineal}	801.24	2.88×10^6	2.32×10^3	5.19×10^3	5.884	143.36	5.58	200.90	16.21	36.20	54.15	178.73
$a_{23}^{no-lineal}$	54.28	5.14×10^4	371.5	247.92	5.39	194	0.279	13.247	1.915	1.277	5.652	7.666
a_{31}^{lineal}	5.25×10^3	4.53×10^7	1.08×10^4	3.98×10^3	2.37	407.4	12.89	1111.95	26.57	9.77	12.50	127.88
$a_{31}^{no-lineal}$	21.83	3.86×10^4	306.49	13.45	3.53	400	0.117	2.076	1.684	0.072	0.807	0.525
a_{32}^{lineal}	5.25×10^3	4.53×10^7	1.08×10^4	3.98×10^3	2.38	407.4	12.89	1111.95	26.57	9.77	12.50	127.88
$a_{32}^{no-lineal}$	21.829	3.86×10^4	306.492	13.454	3.53	300	0.117	2.07	1.648	0.072	0.806	0.525
a_{33}^{lineal}	1.57×10^3	9.84×10^6	4.89×10^3	1.89×10^3	2.49	210	7.47	468.64	23.28	8.99	11.99	82.46
$a_{33}^{no-lineal}$	7.89	1.21×10^4	178.41	9.459	3.516	300	0.061	0.945	1.393	0.0738	0.543	0.445
a_{41}^{lineal}	4.60×10^3	3.72×10^7	8.74×10^3	3.58×10^3	4.29	293.71	15.64	1265.22	29.75	12.18	3.49	100.69
$a_{41}^{no-lineal}$	74.75	1.75×10^5	550.1	173.25	4.207	300	0.326	38.20	2.401	0.755	2.608	5.582
a_{42}^{lineal}	4.60×10^3	3.72×10^7	8.74×10^3	3.58×10^3	4.29	293.71	15.65	1265.23	29.75	12.18	3.49	100.69
$a_{42}^{no-lineal}$	74.753	1.75×10^5	550.1	173.128	4.207	400	0.326	38.20	2.40	0.756	2.609	5.586
a_{43}^{lineal}	2.12×10^3	3.67×10^6	3.03×10^3	6.48×10^4	22.05	222.55	21.24	1345.80	30.56	23.75	4.87	199.47
$a_{43}^{no-lineal}$	93.02	1.984×10^5	577.27	212.587	4.425	300	0.319	34.02	1.983	0.730	2.564	5.927
a_{44}^{lineal}	4.36×10^3	2.75×10^7	6.64×10^3	6.83×10^3	4.31	266.84	16.35	1032.30	24.89	25.59	40.47	201.25
$a_{44}^{no-lineal}$	84.132	1.724×10^5	557.12	227.23	4.609	400	0.321	32.82	2.126	0.867	4.656	6.544
a_{45}^{lineal}	4.55×10^3	3.67×10^7	8.74×10^3	3.52×10^3	4.27	297.43	15.29	1240.62	29.38	11.82	6.877	98.63
$a_{45}^{no-lineal}$	74.75	1.754×10^5	550.04	173.128	4.207	300	0.326	38.2	2.401	0.755	2.608	5.582
a_{51}^{lineal}	2.12×10^3	3.67×10^6	3.03×10^3	6.48×10^4	22.05	74.72	28.32	491.42	40.58	867.14	58.89	1595.94
$a_{51}^{no-lineal}$	21.949	8.06×10^3	163.81	785.68	8.813	56.5	0.388	7.132	2.899	13.905	7.458	35.209
a_{52}^{lineal}	1.16×10^3	7.44×10^5	1.55×10^3	2.83×10^4	33.16	43.72	26.53	170.13	35.51	646.79	50.86	742.58
$a_{52}^{no-lineal}$	7.488	1.226×10^3	67.553	242.88	8.397	26.1	0.285	2.432	2.588	9.305	6.101	16.413
a_{53}^{lineal}	1.62×10^3	4.55×10^5	1.18×10^3	3.26×10^4	50.72	19.07	85.00	238.68	62.09	1707.39	82.64	1046.91
$a_{53}^{no-lineal}$	4.879	415.146	36.560	138.967	8.539	13.00	0.375	1.596	2.812	10.689	6.538	13.196
a_{54}^{lineal}	1.32×10^3	1.26×10^6	1.72×10^3	3.45×10^4	27.06	52.78	24.93	234.67	32.49	654.13	230.18	914.46
$a_{54}^{no-lineal}$	9.069	1.395×10^3	56.12	285.33	8.7	17.35	0.522	4.005	3.234	16.445	12.165	23.224

(Fig. 9). Para el Modelo 2 del sistema lineal, la opción a_{22} es la de mejor desempeño para el servosistema, para cambios regulatorios la opción a_{23} es la más adecuada. Para el sistema no-lineal, la opción a_{22} es la de mejor desempeño para el servosistema y para cambios regulatorios presentando dominancia ante los demás controladores. En el Apéndice B se muestran las coordenadas paralelas correspondientes a este modelo.

Modelo 3

Para el modelo 3, se tienen tres opciones de controladores para un estado estacionario (Tabla 6). En las Tablas (7) y (8) se presentan los índices de desempeño obtenidos de la evaluación de los controladores correspondientes para el sistema en su forma lineal y no-lineal.

El ranqueo PROMETHEE II de los controladores

son mostrados en la Tabla (9). Los cuales presentan las siguientes respuestas para el sistema lineal (Fig. 10) y para el sistema no-lineal (Fig. 11). Para el Modelo 3 del sistema lineal y no-lineal, la opción a_{31} es la de mejor desempeño del servosistema, para cambios regulatorios la opción a_{33} es la más adecuada. El sistema lineal del modelo 3 es más aproximado al sistema no-lineal. En el Apéndice B se muestran las coordenadas paralelas correspondientes a este modelo.

Modelo 4

Para el modelo 4, se tienen cinco opciones de controladores para un estado estacionario (Tabla 6). En las Tablas (7) y (8) se presentan los índices de desempeño obtenidos de la evaluación de los controladores correspondientes para el sistema lineal y no-lineal. El ranqueo PROMETHEE II de los controladores son mostrados en la Tabla (9). Los

Tabla 9: Ranqueo PROMETHEE II para el sistema lineal y no-lineal.

Caso	Sistema no-lineal	Φ_{i+}	Φ_{i-}	Ranqueo	Sistema lineal	Φ_{i+}	Φ_{i-}	Ranqueo
Servo	a_{11}	0.0400	0.0310	63	a_{11}	0.0048	-0.0647	77.55
	a_{12}	0.0157	0.0201	61.34	a_{12}	0.0747	-0.0076	100
	a_{13}	0.0153	0.0199	61.32	a_{13}	0.0198	-0.0269	86.19
	a_{22}	0.0924	0.00001	74.48	a_{22}	0.0771	-0.0002	86.67
	a_{21}	0.0004	0.0450	56.60	a_{21}	0.0	-0.0429	68.17
	a_{23}	0.00001	0.0478	56.24	a_{23}	0.0017	-0.0357	69.41
	a_{31}	0.0424	0.0015	67.17	a_{31}	0.0448	-0.0001	90.09
	a_{32}	0.0165	0.0367	59.42	a_{32}	0.0062	-0.0216	79.89
	a_{33}	0.0147	0.0354	59.37	a_{33}	0.0009	-0.0303	77.69
	a_{45}	0.1371	0.0149	100	a_{45}	0.1180	0.0	91.96
	a_{42}	0.1115	0.0258	92.88	a_{42}	0.0792	-0.0174	81.86
	a_{41}	0.0360	0.0504	75.99	a_{41}	0.0583	-0.0271	76.99
	a_{43}	0.0147	0.0773	68.99	a_{43}	0.0088	-0.0967	60.64
	a_{44}	0.0003	0.1312	60.12	a_{44}	0.0001	-0.1231	56.49
	a_{52}	0.1371	0.0008	81.40	a_{52}	0.1432	0.0	100
	a_{51}	0.0928	0.0205	71.53	a_{51}	0.1059	-0.0125	90.39
	a_{54}	0.0182	0.0911	53.47	a_{54}	0.0091	-0.1321	58.53
	a_{53}	0.0031	0.1388	47.10	a_{53}	0.0139	-0.1275	59.65
Regulatorio	a_{13}	0.0553	0.0343	62.24	a_{13}	0.0040	-0.0265	92.19
	a_{12}	0.0406	0.0395	59.81	a_{12}	0.0283	-0.0239	97.29
	a_{11}	0.0689	0.0909	57.11	a_{11}	0.0328	-0.0147	100
	a_{22}	0.0926	0.0008	71.75	a_{22}	0.0414	-0.0589	69.80
	a_{23}	0.0743	0.0091	68.01	a_{23}	0.1609	0.0	100
	a_{21}	0.00001	0.1571	43.48	a_{21}	0.0	-0.1434	54.15
	a_{33}	0.0571	0.00001	100.00	a_{33}	0.0652	-0.0014	100
	a_{31}	0.0039	0.0266	85.24	a_{31}	0.0220	-0.0216	88.08
	a_{32}	0.0001	0.0344	83.28	a_{32}	0.0001	-0.0643	77.38
	a_{43}	0.0078	0.0004	95.66	a_{43}	0.0229	-0.3180	89.15
	a_{45}	0.0068	0.0011	95.32	a_{45}	0.0355	-0.0180	94.38
	a_{42}	0.0067	0.0011	95.29	a_{42}	0.0475	-0.0012	100
	a_{41}	0.0067	0.0011	95.29	a_{41}	0.0475	-0.0012	100
	a_{44}	0.0020	0.0262	89.79	a_{44}	0.0051	-0.0051	74.38
	a_{53}	0.0751	0.0004	100	a_{53}	0.0309	-0.0267	86.95
	a_{52}	0.0512	0.0065	94.17	a_{52}	0.0714	0.0	99.48
	a_{54}	0.0125	0.0584	78.54	a_{54}	0.0228	-0.0626	79.62
	a_{51}	0.0064	0.0799	74.32	a_{51}	0.0264	-0.0622	80.27

cuales presentan las siguientes respuestas para el sistema lineal (Fig. 12) y para el sistema no-lineal (Fig. 13). El ranqueo servo para el sistema lineal del modelo 4 determina que el controlador con opción a_{45} tiene un compromiso con el menor esfuerzo en todos los índices componente con respecto al servosistema. Para el caso regulatorio son recomendables los controladores a_{41} y a_{42} . Para el sistema no-lineal la opción a_{45} es la más adecuada para el servosistema y la opción a_{43} es la mejor para el caso regulatorio. En el Apéndice B se muestran las coordenadas paralelas correspondientes a este modelo.

Modelo 5

Para el Modelo 5, se tienen cuatro opciones de controladores para un estado estacionario (Tabla 6). En las Tablas (7) y (8) se presentan los índices de desempeño obtenidos de la evaluación de los controladores correspondientes para el sistema en su forma lineal y no-lineal. El ranqueo PROMETHEE II de los controladores son mostrados en la Tabla (9). Los cuales presentan las siguientes respuestas para el sistema lineal (Fig. 14) y para el sistema no-lineal (Fig. 15). En el ranqueo para el sistema lineal para el servosistema y para cambios regulatorios la opción a_{52} es la más recomendable. Para el sistema no-lineal, para el servosistema la opción más recomendable es

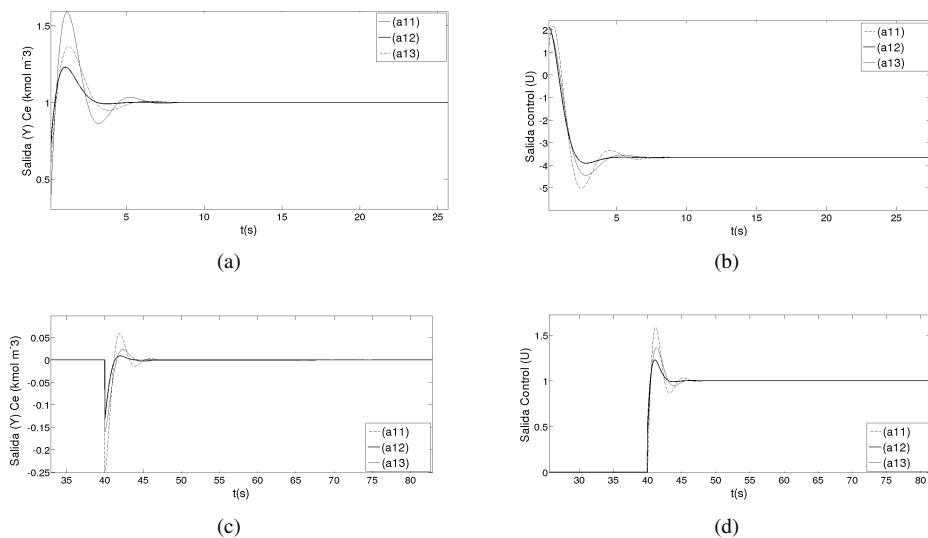


Fig. 6: Modelo 1 (sistema lineal): **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

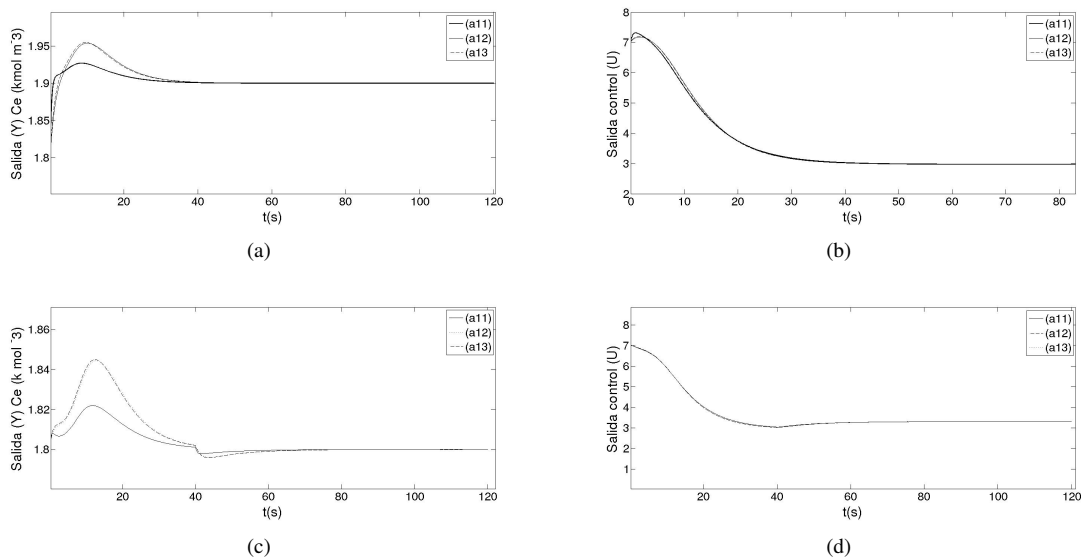


Fig. 7: Modelo 1 (sistema no-lineal), servosistema: $c_d = 1.9$, manteniendo constante q ; cambios regulatorios: $q = 4.0 \times 10^{-5}$ en $t = 0$ y $q = 3.333 \times 10^{-5}$ cuando $t > 40$: **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

la a_{52} y para cambios regulatorios es la a_{53} . En el Apéndice B se muestran las coordenadas paralelas correspondientes a este modelo. Esto confirma la

versatilidad y objetividad de la metodología que puede ser aplicada para sistemas lineales y no-lineales.

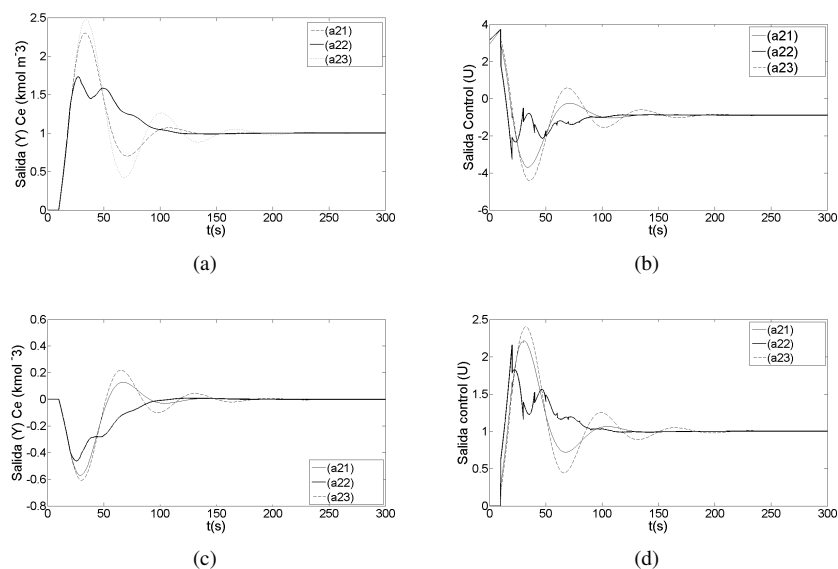


Fig. 8: Modelo 2 (sistema lineal): **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

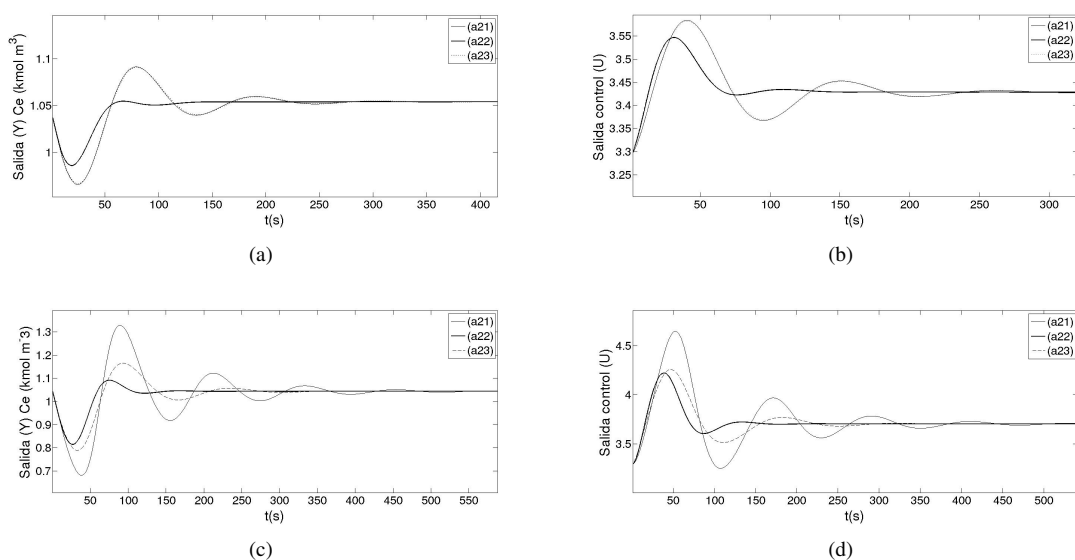


Fig. 9: Modelo 2 (sistema no-lineal), servosistema: $c_d = 1.0539$, manteniendo constante q ; cambios regulatorios: $q = 3 \times 10^{-5}$ desde $t > 0$: **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

6 Conclusiones

En el presente trabajo se ha realizado la evaluación multi-criterio del desempeño de controladores lineales implementados en el biorreactor de Cholette para

distintos modelos desarrollados por la comunidad de control y en sus diversos estados estacionarios para las concentraciones. Se ha podido verificar que aquellos estados estacionarios de la zona 1 cercanos al punto

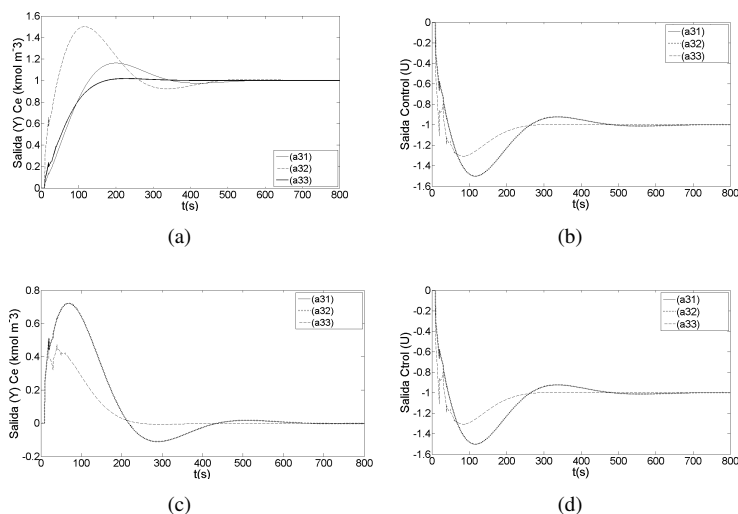


Fig. 10: Modelo 3 (sistema lineal): **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

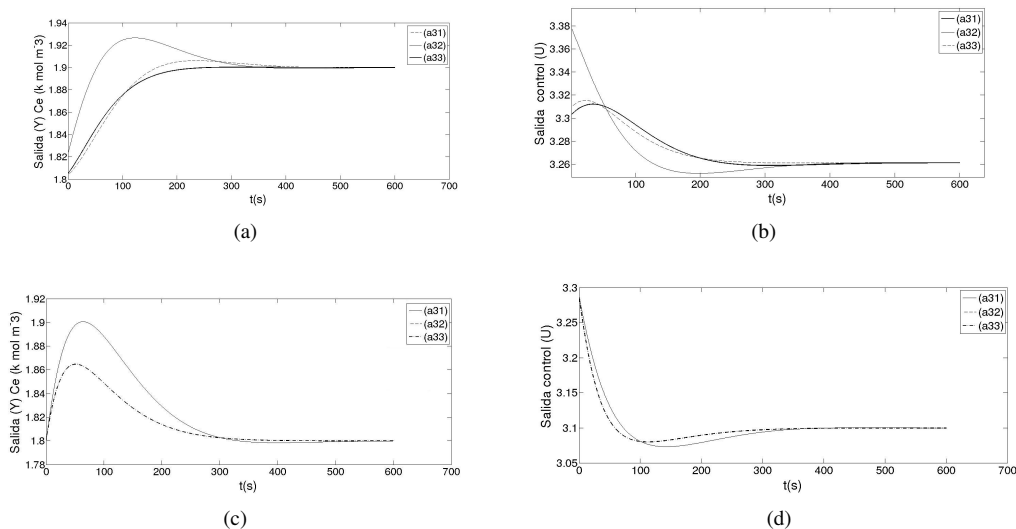


Fig. 11: Modelo 3 (sistema no-lineal), servosistema: $c_d = 1.9$, manteniendo constante q ; cambios regulatorios: $q = 3.666 \times 10^{-5}$ desde $t > 0$: **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

$c_s = 1.304$, $c_f = 3.288$ y $c_e = 1.8$; presentan un mayor reto en el diseño de una ley de control debido a la inestabilidad de la reacción y a los tiempos de retardo involucrados; siendo los controladores con arquitecturas PI ponderado los de mejor ranqueo de desempeño para el caso servo y regulatorio. En algunos casos, los controladores presentan mejores

resultados conforme a un escenario en específico ya sea servo o regulatorio su elección depende del diseñador. Además, que esta metodología puede evaluar los índices de desempeño (multi-objetivos) óptimos balanceados con diversos criterios tanto de los controladores lineales como de los no-lineales. El objetivo de este trabajo fue mostrar las diferentes

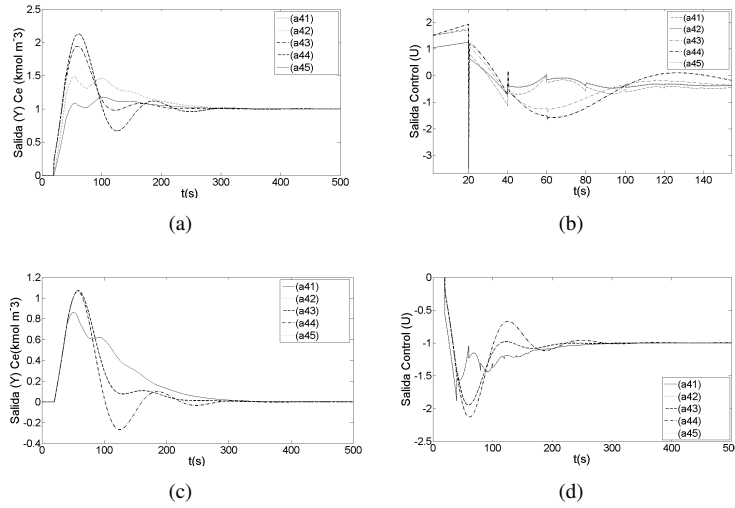


Fig. 12: Modelo 4 (sistema lineal): **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

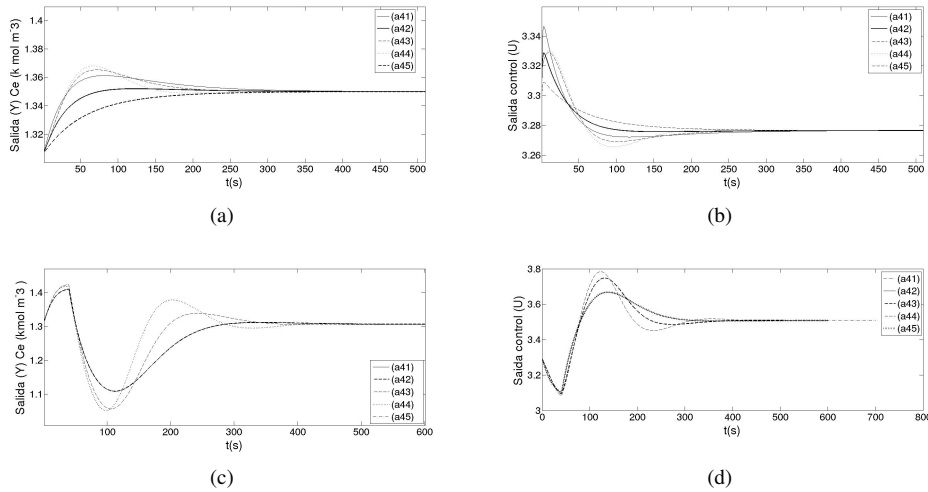


Fig. 13: Modelo 4 (sistema no-lineal), servosistema: $c_d = 1.35$, manteniendo constante q ; cambios regulatorios: $q = 3.666 \times 10^{-5}$ desde $t > 0$: **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

prestaciones entre un conjunto de controladores obtenidos de la literatura sintonizados con diversas técnicas. El procedimiento descrito es perfectamente aplicable en controladores no-lineales pero en ese caso no hay solución analítica para las integrales de los índices de desempeño.

Se ha demostrado que para el análisis del desempeño de controladores mediante técnicas de

decisión multi-criterio (MCDA/D); es necesario formular indicadores de jerarquía analítica basados en los indicadores de desempeño convencionales (IAE, ISE, ITSE, IADU, T_s , etc.). En este sentido; las matrices de desempeño obtenidas con la reformulación de índices, tienen una distancia de desempeño d_j más homogénea para cada criterio componente. Este enfoque basado en las distancias

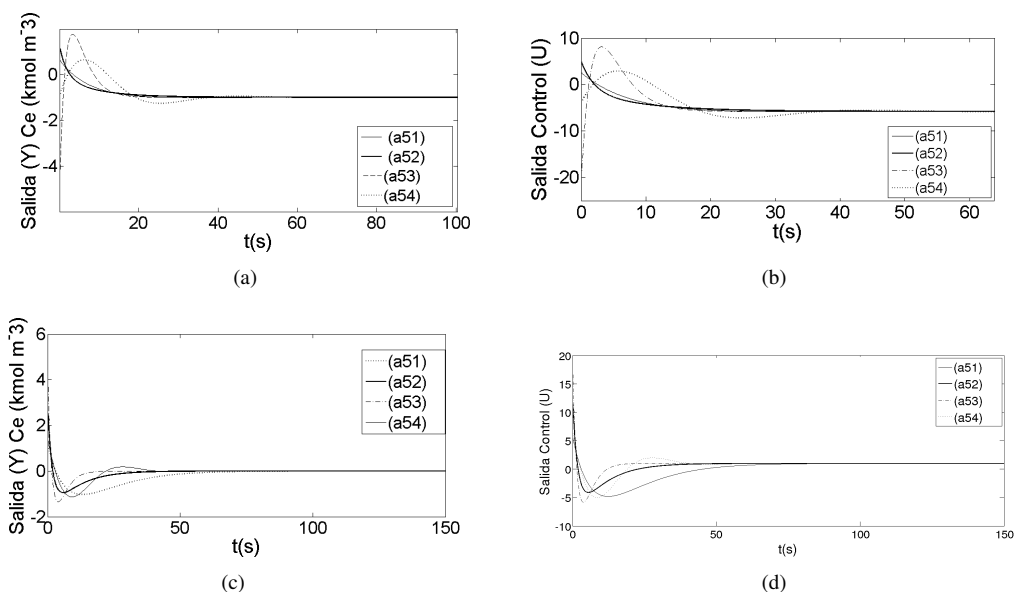


Fig. 14: Modelo 5 (sistema lineal): **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

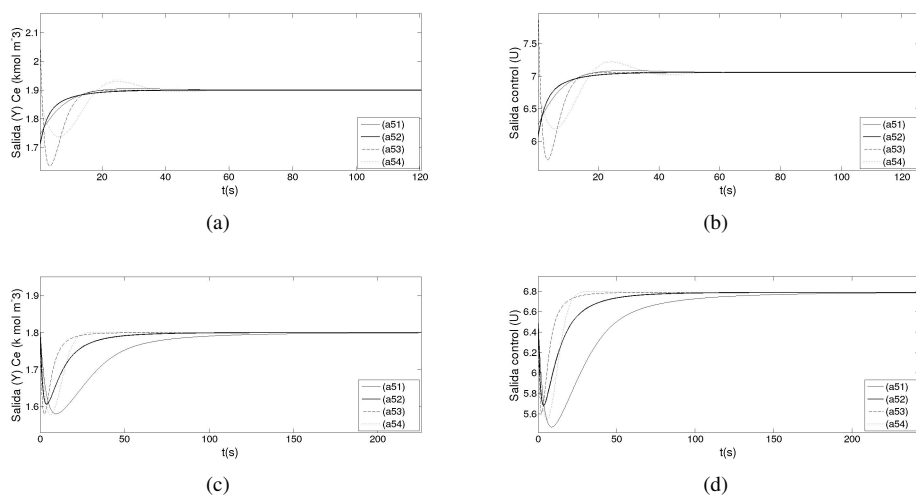


Fig. 15: Modelo 5 (sistema no-lineal), servosistema: $c_d = 1.9$, manteniendo constante q ; cambios regulatorios: $q = 3.66 \times 10^{-5}$ desde $t > 0$: **a)** salida servo del biorreactor, **b)** respuesta servo del control, **c)** salida regulatoria del biorreactor, **d)** respuesta regulatoria del control.

de desempeño; es canalizado mediante la metodología PROMETHEE al considerar un proceso normalizado $N(0, 1)$ en una función preferencial Gaussiana (tipo 6). Ante esta consideración; se ha presentado un método sistemático para asignación de las ponderaciones (w_j) y funciones preferenciales (P_j), basado en la

desviación estándar de la distancia de desempeño dentro de cada índice componente; interpretando niveles de exigencia requeridos por el evaluador ($60\% = 1\sigma$, $88\% = \sigma/2$, $94\% = \sigma/3$). Esto es de gran utilidad al momento de decidir el tipo de controlador requerido en algún punto de trabajo

específico de un sistema no-lineal. El ranqueo de los controladores obtenido mediante las relaciones binarias de preferencia establecidas en la metodología y estratificadas por modelo; puede ser corroborado mediante gráficos multi-dimensionales (coordenadas paralelas). Donde dos variantes confirman el ranqueo PROMETHEE y enriquecen la interpretación del enfoque de evaluación multi-criterio por distancias de desempeño. Finalmente y a diferencia de otros trabajos de análisis del desempeño mediante técnicas multi-criterio como el de Sun y Li (2010); se proporciona un criterio de evaluación basado en la entropía de sistemas y un método sistemático de asignación de ponderaciones y preferencias para la evaluación del desempeño de controladores en sistemas no-lineales con multiplicidad de estados.

Nomenclatura

A	Matriz característica
B_1	Matriz dinámica entre el estado y la entrada exógena
B_2	Matriz dinámica entre el estado y la señal de control
C	Matriz dinámica entre la salida medida y el estado
c	Concentración de sustrato
c_e	Concentración de sustrato en la salida del biorreactor
c_f	Concentración de sustrato en la entrada del biorreactor
D_1	Matriz dinámica entre la salida medida y la entrada exógena
D_2	Matriz dinámica entre la salida medida y la señal de control
Im	Imaginaria
k	Ganancia del proceso
k_1	Máxima velocidad cinética
k_2	Parámetro de inhibición
K_d	Ganancia derivativa
K_i	Ganancia integral
K_p	Ganancia proporcional
LQR	Linear-quadratic regulator (regulador lineal cuadrático)
m	Índice de mezclado
N	Constante de filtro
n	Índice de mezclado
q	Velocidad de flujo de alimentación
Re	Real

t	Tiempo
V	Volumen
w	Parámetro de ponderación

Griegas

τ	Constante de tiempo del proceso
τ_d	Tiempo derivativo
τ_i	Tiempo integral

Agradecimientos

Los autores agradecen al Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP) por el financiamiento parcial para esta investigación mediante el proyecto "Análisis de Estabilidad de Procesos Químicos y Alimentarios con Controladores Óptimo-Robustos" (PROMEP/103.5/12/7959; UNPA-PTC-119) y por la beca del estudiante A. Rodríguez-Mariano. Al proyecto interno aprobado UNPA "Análisis del desempeño de controladores lineales sintonizados en diferentes estados estacionarios del biorreactor de Cholette mediante técnicas de decisión multi-criterio". Al Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Brasil-CNPq (proyecto BJT 304804/2014-2).

Referencias

- Alfaro, V. M. y Vilanova, R. (2012). Model-reference robust tuning of 2DoF PI controllers for first- and second-order plus dead-time controlled processes. *Journal of Process Control* 22, 359-374.
- Behzadian, M., Kazemzadeh, R.B., Albadvi, A., y Aghdasi, M. (2009). PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research* 200 (2010), 198-215.
- Bevrani, H. e Hiyama, T. (2007). Multiobjective PI/PID Control Design Using an Iterative Linear Matrix Inequalities Algorithm. *International Journal of Control, Automation, and Systems* 5 (4), 117-127.
- Blasco, X., Herrero, J., Sanchis, J. y Martínez, M. (2008). A new graphical visualization of n-dimensional Pareto front for decision making in multiobjective optimization. *Information Sciences* 178 (20), 3908-3924.

- Bonissone, P.P., Subbu, R. y Lizzi, J. (2009). Multicriteria decision making (MCDM): a framework for research and applications. *Computational Intelligence Magazine, IEEE* 4(3), 48-61.
- Brans, J.P., Mareschal, B. y Vincke, P. (1984). PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in MCDM. En: *Operational Research, IFORS 84*, (J.P. Brans), Pp. 477-490. North Holland, Amsterdam.
- Carrasco, D.S. y Salgado, M.E. (2009). ITSE optimal controller design and achievable performance bounds. *International Journal of Control* 82(11), 2115-2126.
- Carrillo-Ahumada, J., Páramo-Calderón, D.E., Aparicio-Saguilán, A., Rodríguez-Jimenes, G.C. y García-Alvarado, M.A. (2014). Approach of a measurement of linearized representation of a nonlinear system. Application to (bio)chemical reactors. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* 13(2), 631-647.
- Carrillo-Ahumada, J., Reynoso-Meza, G., García-Nieto, S., Sanchis, J. y García-Alvarado, M.A. (2015). Sintonización de controladores Pareto-óptimo robustos para sistemas multivariables. Aplicación en un helicóptero de 2 grados de libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (Artículo aceptado)*.
- Carrillo-Ahumada, J., Rodríguez-Jimenes, G.C. y García-Alvarado, M.A. (2011). Tuning optimal-robust linear MIMO controllers of chemical reactors by using Pareto optimality. *Chemical Engineering Journal* 174, 357-367.
- Chidambaram, M. y Reddy, G.P. (1996). Nonlinear control of systems with input and output multiplicities. *Computer & Chemical Engineering* 20(3), 295-299.
- Duarte-Mermoud, M.A. y Prieto, R.A. (2004). A Performance index for quality response of dynamical systems. *ISA Transactions* 43, 133-151.
- Dubois, D. y Prade, H. (1988). *Possibility Theory*. Editorial Plenum Press., New York, U.S.A.
- Dubois, D., Prade, H. y Sabbadin, R. (2013). Qualitative Decision Theory with Sugeno Integrals. Presentación San Francisco: *14th Conference on Uncertainty in AI*, 121-128.
- Ferramosca, A., Gruber, J.K., Limon, D. y Camacho, E.F. (2013). Control predictivo para seguimiento de sistemas no lineales. Aplicación a una planta piloto. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 10, 18-29.
- Figueira, J., Greco, S. y Ehrgott, M. (2005). *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. Editorial Salvatore, New York. U.S.A.
- García-Alvarado, M.A. y Ruíz-López, I.I. (2010). A design method for robust and quadratic optimal MIMO linear controllers. *Chemical Engineering Science* 65(1), 3431-3438.
- García-Alvarado, M.A., Ruíz-López, I.I. y Torres-Ramos, T. (2005). Tuning of multivariate PID controllers based on characteristic matrix eigenvalues, Lyapunov functions and robustness criteria. *Chemical Engineering Science* 60, 897-905.
- Hernández-Pérez, M.A., del Muro-Cuéllar, B., Cortés-Rodríguez, D. y Araujo-Vargas, I. (2013). Stabilization of third-order systems with possible complex conjugate poles and time delay. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* 12(2), 351-360.
- Huang, H.P. y Chen, C.C. (1999). Auto tuning of PID controllers for second order unstable systems having dead time. *Journal of Chemical Engineering of Japan* 32, 568-579.
- Ibarra-Junquera, V. y Rosu, H.C. (2007). PI-controlled bioreactor as a generalized Liénard system. *Computers & Chemical Engineering* 31, 136-141.
- Inselberg, A. (1985). The plane with parallel coordinates. En: *The Visual Computer*, Pp. 69-91. Springer Ed. U.S.A.
- Inselberg, A. (1998). Visual data mining with parallel coordinates. *Computational Statistics* 13(1), 47-64.
- Jhunjhunwala, M.K., y Chidambaram, M. (2001). PID controller tuning for unstable systems by optimization method. *Chemical Engineering Communications* 185, 91-113.

- Kollat, J.B. y Reed, P. (2007). A framework for visually interactive decision-making and design using evolutionary multi-objective optimization (VIDEO). *Environmental Modelling & Software* 22(12), 1691-704.
- Kumar, V.R. y Kulkarni, B.D. (1994). On the operation of a bistable CSTR: a strategy employing stochastic resonance. *Chemical Engineering Science* 49(16), 2709-2713.
- Liou, C.T. y Chien, Y.S. (1991). The effect of nonideal mixing on input multiplicities in a CSTR. *Chemical Engineering Science* 46(8), 2113-2116.
- Lo, S.N. y Cholette, A. (1978). Performance of a cascade of imperfectly mixed reactors for simple isothermal and exothermic reactions. *Chemical Engineering Science* 33(8), 1031-1041.
- Lo, S.N. y Cholette, A. (1983). Multiplicity of conversion in a cascade of imperfectly stirred tank reactors. *Chemical Engineering Science* 38(3), 367-372.
- Lotov, A. y Miettinen, K. (2008). Visualizing the Pareto frontier. En: *Multiobjective Optimization*, (J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, y R. Slowinski, eds.), Pp. 213-243. Springer, Berlín.
- Márquez-Rubio, J.F., del-Muro-Cuéllar, B., Velasco-Villa, M. y Álvarez-Ramírez, J. (2010). Control basado en un esquema observador para sistemas de primer orden con retardo. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* 9(1), 43-52.
- Miettinen, K.M. (1998). *Nonlinear multiobjective optimization*. Editorial Kluwer Academic Publishers.
- Morari, M., Zafiriou, E. y Economou, C.G., (1988). *Robust Process Control*. Editorial Springer-Verlag, New Jersey.
- Normey-Rico J.E. y Camacho E.F. (2009). Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control* 19(1), 38-47.
- Raffo-Durán, J., Figueredo-Cardero, A. y Dustet-Mendoza, J.C. (2014). Características de la hidrodinámica de un biorreactor industrial tipo tanque agitado. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* 13(3), 823-839.
- Rajinikanth, V. y Latha, K. (2012). Tuning and retuning of PID controller for unstable systems using evolutionary algorithm. *ISRN Chemical Engineering* 2012, 1-10.
- Reynoso-Meza, G., Blasco, X., Sanchis, J. y Martínez, M. (2014). Controller tuning by means of evolutionary multiobjective optimization: current trends and applications. *Control Engineering Practice* 28, 58-73.
- Reynoso-Meza, G., Blasco, X., Sanchis, J. y Herrero, J.M. (2013a). Comparison of design concepts in multi-criteria decision-making using level diagrams. *Information Sciences* 221, 124-141.
- Reynoso-Meza, G., García-Nieto, S., Sanchis, J., y Blasco, X. (2013b). Controller Tuning by Means of Multi-Objective Optimization Algorithms: A Global Tuning Framework *IEEE Transactions On Control Systems Technology* 21(2), 445-458.
- Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X. y Martínez, M. (2013c). Algoritmos evolutivos y su empleo en el ajuste de controladores del tipo PID: estado actual y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 10, 251-268.
- Salgado, M.E., Oyarzún, D.A. y Silva, E.I. (2007). H_2 optimal ripple-free deadbeat controller design. *Automatica* 43(11), 1961-1967.
- Sarraf, A.Z., Mohaghar, A. y Bazargani, H. (2013) Developing TOPSIS method using statistical normalization for selecting Knowledge management strategies *Journal of Industrial Engineering and Management* 6(4) 860-875.
- Shinsky, F.G. (1988). *Process control systems: Application, design, and tuning*. Editorial McGraw-Hill, New York.
- Sivaramakrishnan, S., Tangirala, A.K. y Chidambaram, M. (2008). Sliding mode controller for unstable systems. *Chemical & Biochemical Engineering Quarterly* 22(1) 41-47.
- Smith, C.A. y Corripio, A.B. (1985). *Principles and Practice of Automatic Process Control*. Editorial John Wiley Sons, New York, U.S.A.

- Sree, R.P., y Chidambaram, M. (2002). Identification of unstable transfer model with a zero by optimization method. *Journal of the Indian Institute of Science* 82, 219-225.
- Sree, R.P., y Chidambaram, M. (2003a). Control of unstable bioreactor with dominant unstable zero. *Chemical & Biochemical Engineering Quarterly* 17(2), 139-145.
- Sree, R.P., y Chidambaram, M. (2003b). A simple method of tuning PI controllers for unstable systems with zero. *Chemical & Biochemical Engineering Quarterly* 17(3), 207-212.
- Sree, R.P., y Chidambaram, M. (2005). Set point weighted PID controllers for unstable systems. *Chemical Engineering Communications* 193, 1-13.
- Sun, X. y Li, Y. (2010). Evaluation of Control System Performance Using Multiple Criteria Decision Making Techniques 49th IEEE Conference on Decision and Control Atlanta, 15-17.
- van Heerden, C. (1953). Autothermic processes-Properties and reactor design. *Industrial and Engineering Chemistry* 45(6), 1242-1247.
- Vargas-González, S., Carrillo-Ahumada, J., Rodríguez-Jimenes, G.C. y García-Alvarado, M.A. (2013). Relation between First Order Dynamic Parameters with Pi Control Parameters in Nash Equilibrium. *Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), 2013 International Conference on*, 123-126.
- Wang, H. (2002). Minimum entropy control of non-gaussian dynamic stochastic systems. *IEEE Trans. Automatic Control* 47(2), 398-403.
- Yoon, K.P. y Hwang, C.L. (1995). *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*. Editorial Sage, California.
- Yue, H. y Wang, H. (2003). Minimum entropy of closed-loop tracking errors for dynamic stochastic systems. *IEEE Trans. Automatic Control* 48(1), 118-122.

Apéndice A

La formulación del criterio de evaluación del desempeño propuesto en este trabajo, se basa en un enfoque de la entropía de sistemas (Wang (2002), Yue y Wang, 2003). Siendo aplicable a cualquiera de las técnicas de análisis multi-criterio (MCDA/D) existentes. En este caso particular el criterio es aplicado a la metodología PROMETHEE. Bajo propósitos comparativos, el modelado de la señal de seguimiento del error $e(t)$ para A opciones de control operando en un punto de equilibrio (punto de operación en el reactor) posee propiedades Gaussianas como si se tratara de un problema de control de posición. De tal forma que es factible partir definiendo la energía de la señal de error y de control.

Definición: El contenido energético de una señal discreta $f(k)$ expresada en el dominio del tiempo y la frecuencia; viene dada por la igualdad de Parseval.

$$\sum_{k=0}^{N-1} |f(k)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} |F(p)|^2 \quad (34)$$

Considerando el dominio del tiempo; esta expresión determina la energía de la sucesión $f(k)$. Que para el presente propósito vendrá representada en cada caso por el seguimiento del error $e(k)$ y el esfuerzo de control $u(k)$. Sabiendo que la secuencia del error Se_n , es no decreciente y que converge a alguna cota superior tal que $Se_n \leq c$; para todo n y para algún c . Donde cada termino involucrado en las definiciones básicas (IAE, ITAE, ITSE, etc) generan términos no negativos en cada secuencia considerada; se puede formular expresiones basadas en los promedios y valores efectivos de energía. Así, la energía de seguimiento del error $e(k)$ promediada en el tiempo de asentamiento T_s , considerando una banda del estado estacionario al 2% es simplemente:

$$J_{em1} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^N e(k)^2 \quad (35)$$

Atendiendo a la convergencia del error del sistema; la característica de convergencia del error (J_{em2}) en la vecindad del estado estacionario (SSV) se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} J_{em2} &= \frac{t_{samp}}{T_s} \sum_{k=1}^N k [f(k, T_s)] e(k)^2 \quad (36) \\ &= \frac{t_{samp} N e(N)^2}{T_s} + \frac{t_{samp} (N-1) e(N-1)^2}{T_s} + \dots + \frac{t_{samp} e(1)^2}{T_s} \end{aligned}$$

Donde la función de ponderación $f(k, T_s)$, otorga mayor importancia a los valores cercanos al estado estacionario. La característica de convergencia viene expresada en su forma más simple cuando $f(k, T_s) = cte = 1$. Pudiendo observarse que el N -ésimo término tiende a una ponderación unitaria cuando el número de muestras en cuestión es el total considerado en la simulación.

$$\lim_{N \rightarrow N_{tot}} \frac{t_{smp} N}{T_s} \sim 1 \quad (37)$$

Donde N_{tot} es el número total de muestras consideradas en la respuesta, t_{smp} es el tiempo de muestreo considerado en la simulación (En este trabajo $t_{smp} = 0.01$), T_s es el tiempo de asentamiento de la respuesta (en este trabajo $SSV = 2\%$), SSV es la banda del error en estado estacionario(%).

La energía promedio de las acciones del controlador en el tiempo de asentamiento T_s , es:

$$J_{um1} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2 \quad (38)$$

Mientras que para la formulación del indicador (J_{um2}), que representa la norma de las acciones de control en tendencia oscilatoria. Se considera la frecuencia de oscilación en la dinámica de lazo cerrado (reactor-controlador) como una función dependiente de la ganancia integral K_i (Ibarra-Junquera y Rosu (2007)).

El comportamiento de multiplicidad en el biorreactor, puede generar órbitas periódicas que emergen bajo la influencia de ciertas condiciones en controladores PI (Ibarra-Junquera y Rosu (2007)). Dichas bifurcaciones vienen caracterizadas por un par de valores propios conjugados (bifurcaciones de Hopf) en los puntos de equilibrio del sistema en lazo cerrado (controlador-biorreactor), con las ganancias del controlador como parámetros de bifurcación. La consideración anterior en la dinámica acoplada (controlador-biorreactor):

$$u \triangleq \left(-K_c e(t) - K_i \int e(t) dt \right) \quad (39)$$

El planteamiento bajo transformación viene dado por las ecs. (40) y (41).

$$\frac{dc}{dt} = -c \left(\frac{nq}{mV} + \frac{k_1}{(1+k_2c)^2} \right) + \frac{nq}{mV} (-K_p(c - c_d) - K_i Y) \quad (40)$$

$$\frac{dY}{dt} = c - c_d \quad (41)$$

Donde: c_d es la referencia del controlador considerado (PI), Y representa el comportamiento dinámico del error. Mientras que c_f representa la variable de control u .

Cuya condición de existencia viene dada por la siguiente desigualdad:

$$\left(K_p^H - 2 \frac{\sqrt{CK_i}}{C} \right) < K_p < K_p^H \quad (42)$$

Donde K_p^H es la ganancia proporcional en condición de existencia de ciclos limite, y C viene dada en términos de los parámetros del reactor nq/mV .

Por lo que se define la norma efectiva de control en tendencia oscilatoria como un indicador que penaliza dicho comportamiento a la salida del reactor, tomando en cuenta del número de transiciones sobre y bajo el estado estacionario SSV :

$$J_{um2} = (Nts + Ntb) \sqrt{\frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2} \quad (43)$$

Donde Nts es el número de transiciones sobre el estado estacionario, Ntb es el número de transiciones bajo el estado estacionario, $J_{um1} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2$.

Para definir un indicador representativo de la energía invertida entre dos acciones de control consecutivas, se define el índice J_{um3} . Considerando la energía promediada J_{um1} y la rapidez efectiva de las acciones del controlador dada por el índice de desempeño IADU. De esta forma se tiene:

$$J_{um3} = J_{um1} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_s} J_{u2}}} \quad (44)$$

donde J_{um1} es la energía promediada de las acciones de control, T_s es el tiempo de asentamiento de la respuesta (En este trabajo $SSV = 2\%$), $J_{u2} = \sum_{k=1}^N |u(k) - u(k-1)|$ índice básico de desempeño IAEDU.

Apéndice B

En este Apéndice se muestran las figuras de coordenadas paralelas normalizadas y con desviación estándar para el Criterio-A y Criterio-B para los casos servo y regulatorio de los modelos 1, 2, 3, 4 y 5 en su forma lineal y no-lineal.

Modelo 1 (sistema lineal)

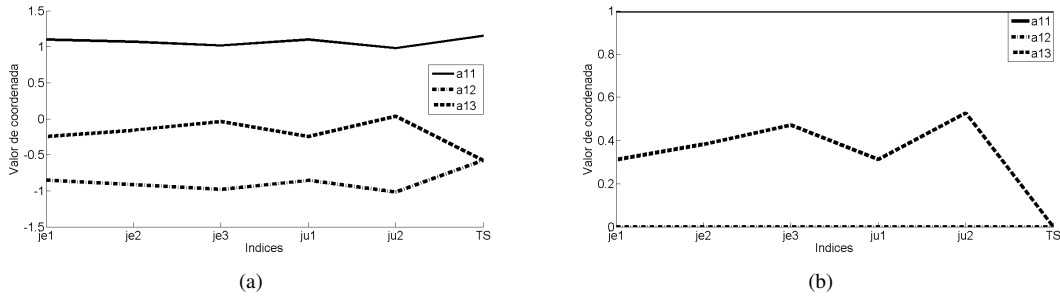


Fig. 16: Modelo 1 (sistema lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

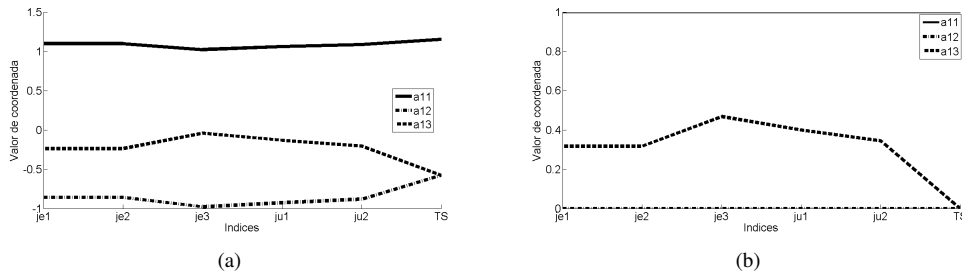


Fig. 17: Modelo 1 (sistema lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

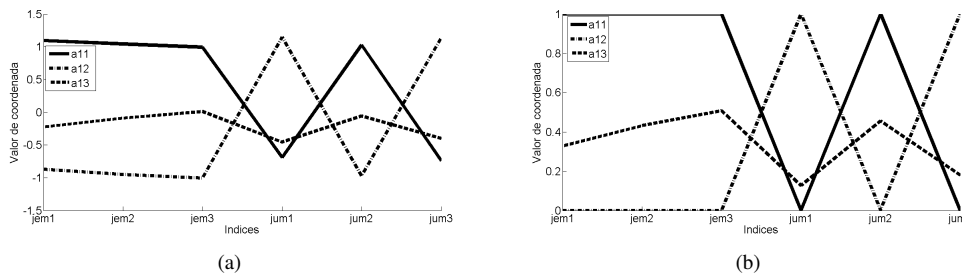


Fig. 18: Modelo 1 (sistema lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

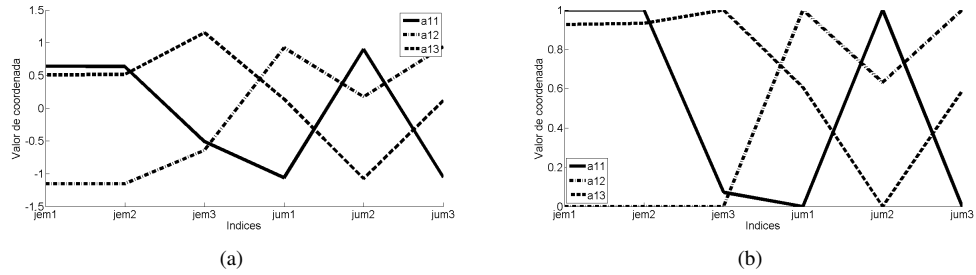


Fig. 19: Modelo 1 (sistema lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 1 (sistema no-lineal)

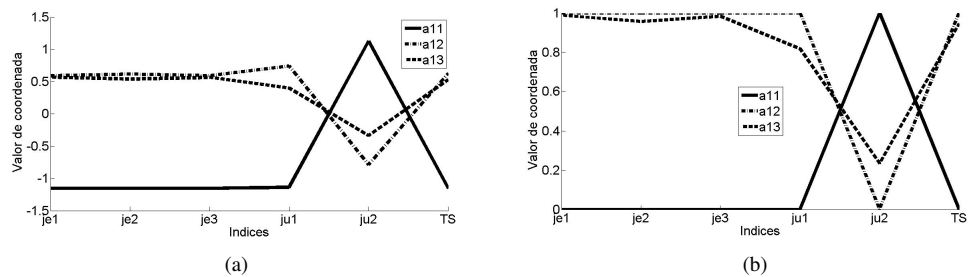


Fig. 20: Modelo 1 (sistema no-lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

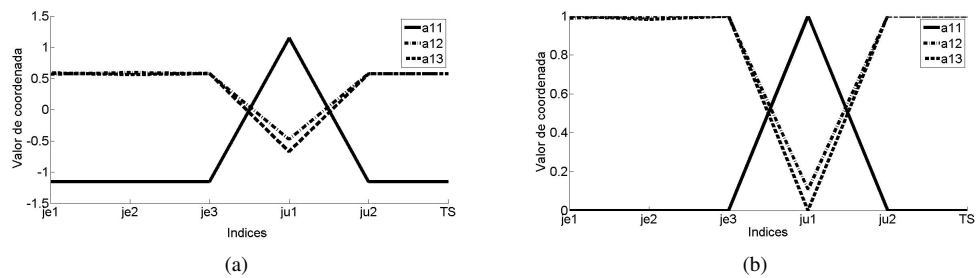


Fig. 21: Modelo 1 (sistema no-lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

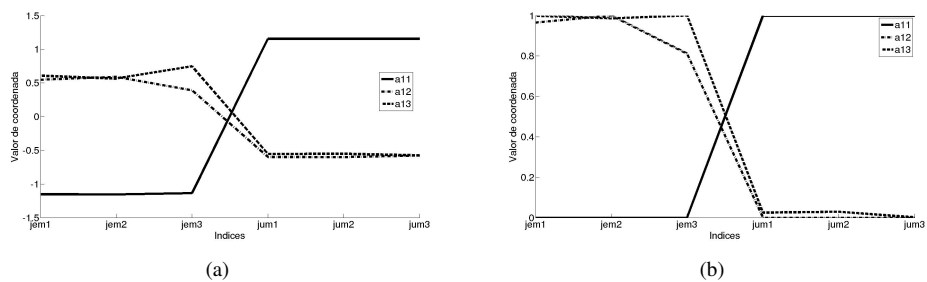


Fig. 22: Modelo 1 (sistema no-lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

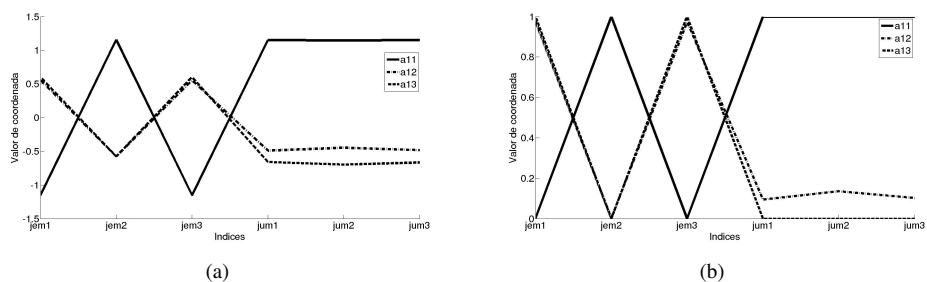


Fig. 23: Modelo 1 (sistema no-lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 2 (sistema lineal)

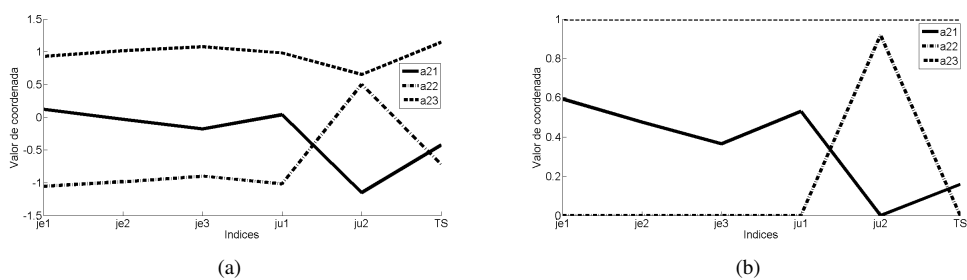


Fig. 24: Modelo 2 (sistema lineal). Criterio A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

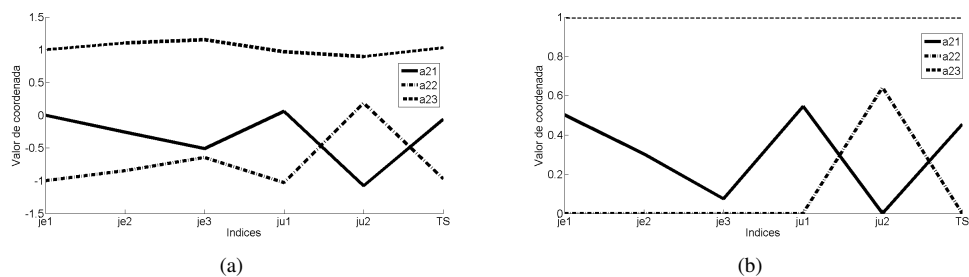


Fig. 25: Modelo 2 (sistema lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

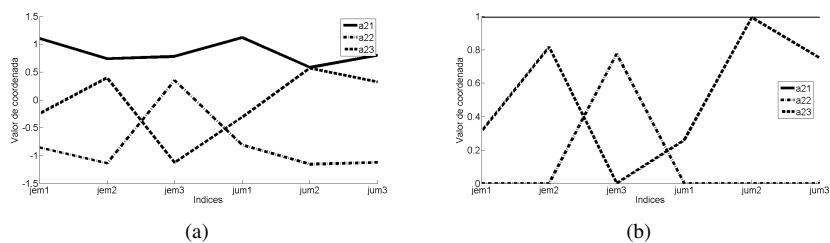


Fig. 26: Modelo 2 (sistema lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

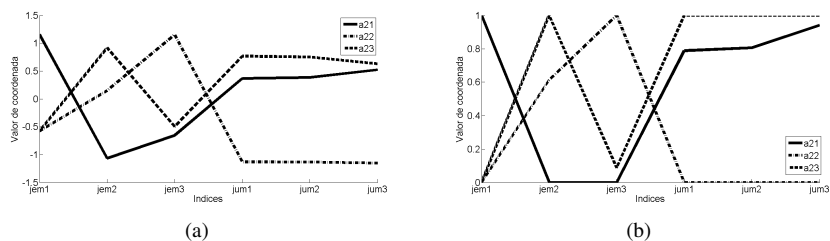


Fig. 27: Modelo 2 (sistema lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 2 (sistema no-lineal)

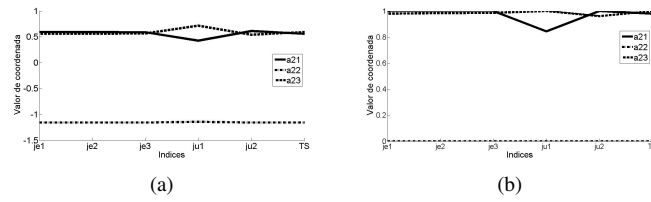


Fig. 28: Modelo 2 (sistema no-lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

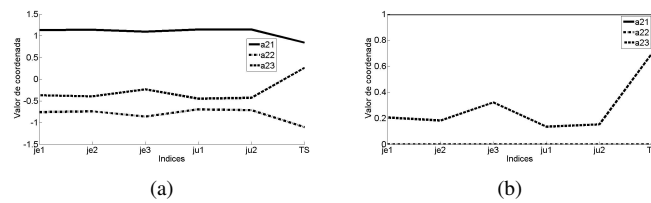


Fig. 29: Modelo 2 (sistema no-lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

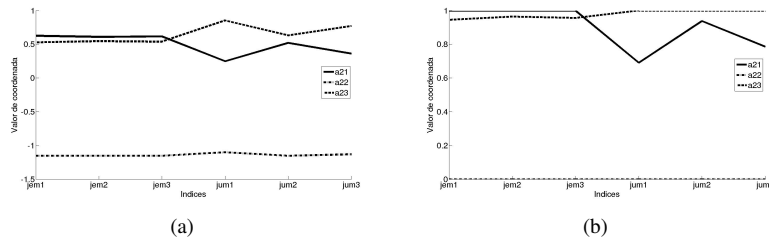


Fig. 30: Modelo 2 (sistema no-lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

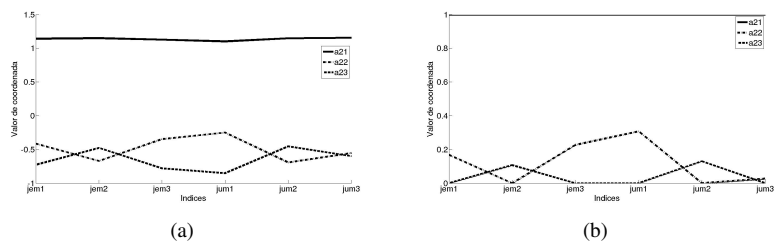


Fig. 31: Modelo 2 (sistema no-lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 3 (sistema lineal)

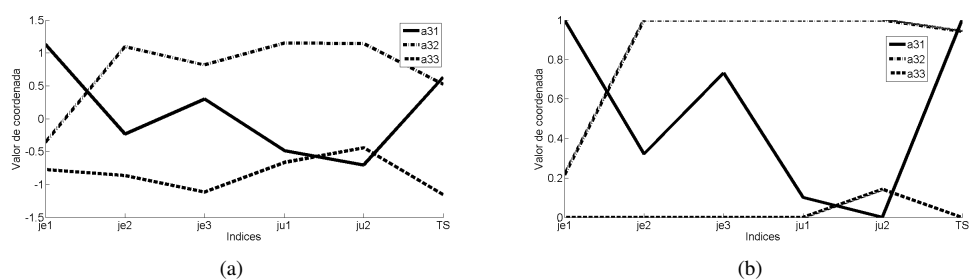


Fig. 32: Modelo 3 (sistema lineal). Criterio A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

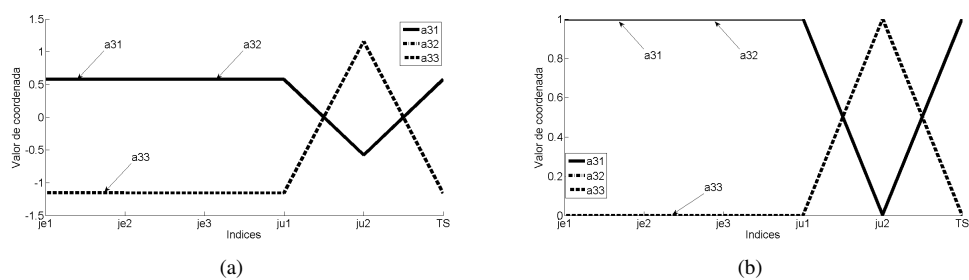


Fig. 33: Modelo 3 (sistema lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

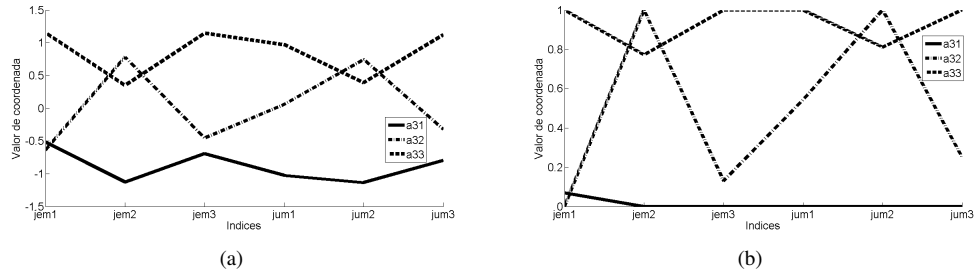


Fig. 34: Modelo 3 (sistema lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

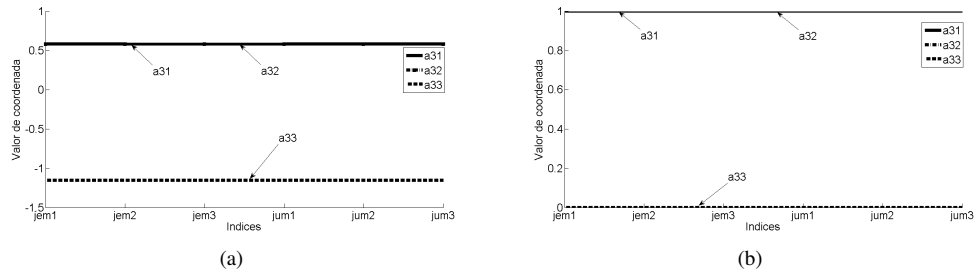


Fig. 35: Modelo 3 (sistema lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 3 (sistema no-lineal)

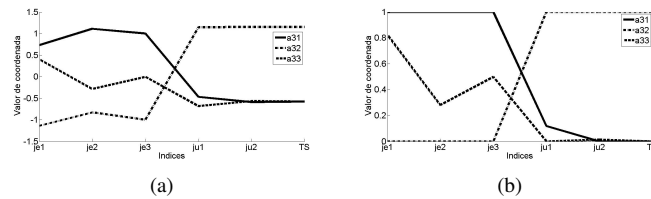


Fig. 36: Modelo 3 (sistema no-lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

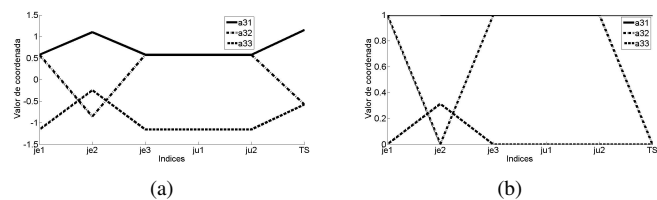


Fig. 37: Modelo 3 (sistema no-lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

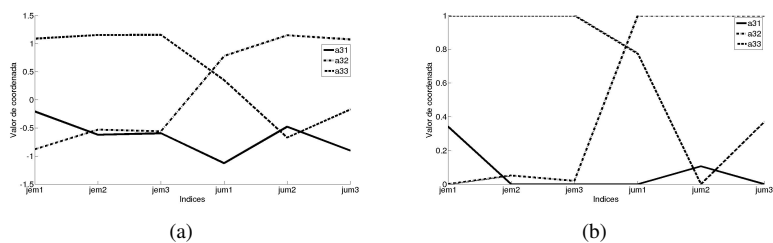


Fig. 38: Modelo 3 (sistema no-lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

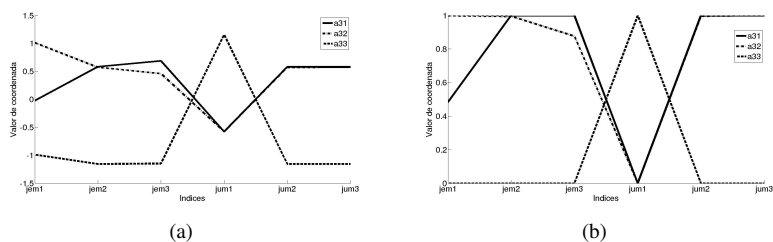


Fig. 39: Modelo 3 (sistema no-lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 4 (sistema lineal)

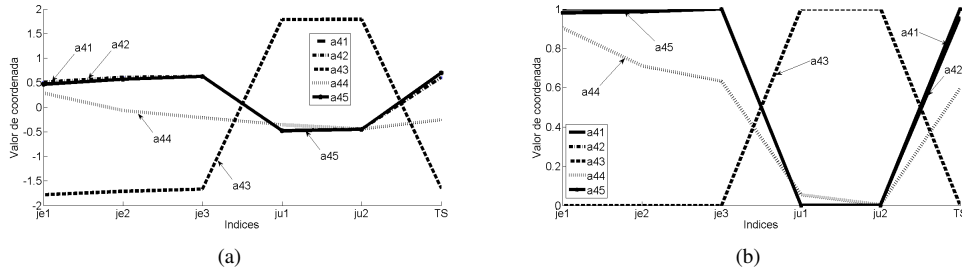


Fig. 40: Modelo 4 (sistema lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

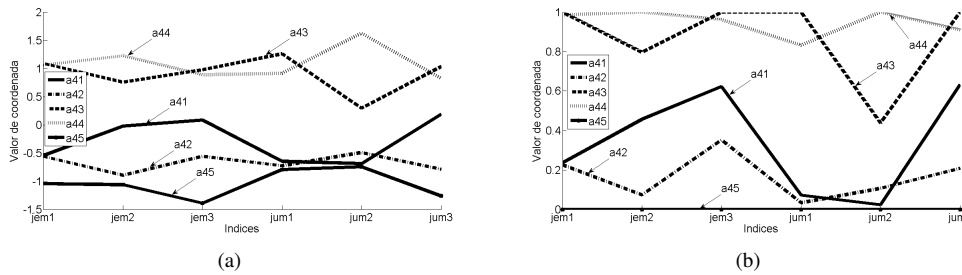


Fig. 41: Modelo 4 (sistema lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

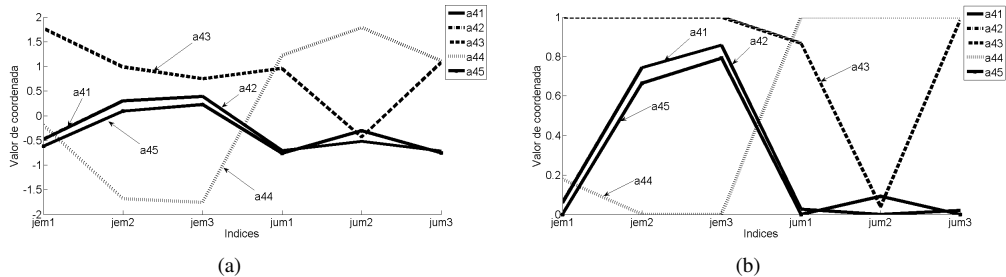


Fig. 42: Modelo 4 (sistema lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

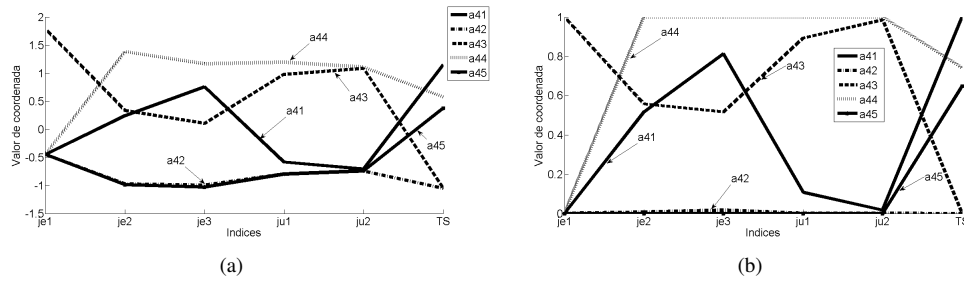


Fig. 43: Modelo 4 (sistema lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 4 (sistema no-lineal)

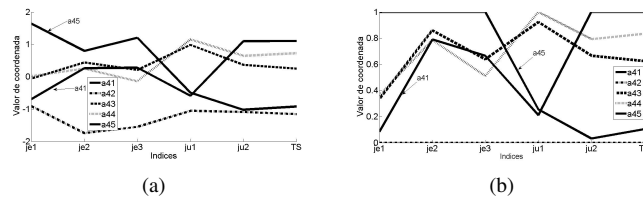


Fig. 44: Modelo 4 (sistema no-lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

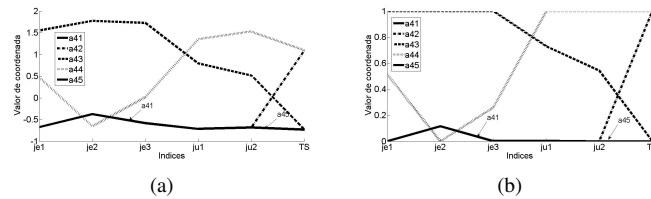


Fig. 45: Modelo 4 (sistema no-lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

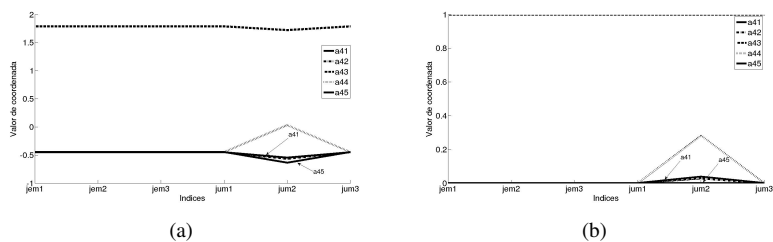


Fig. 46: Modelo 4 (sistema no-lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

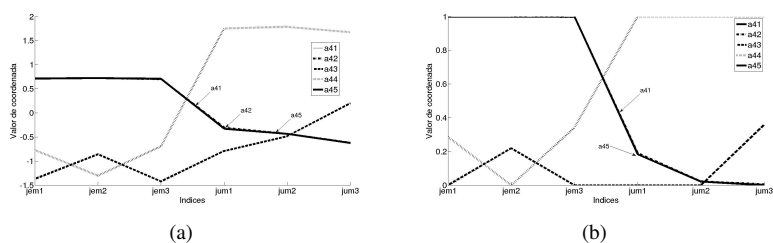


Fig. 47: Modelo 4 (sistema no-lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 5 (sistema lineal)

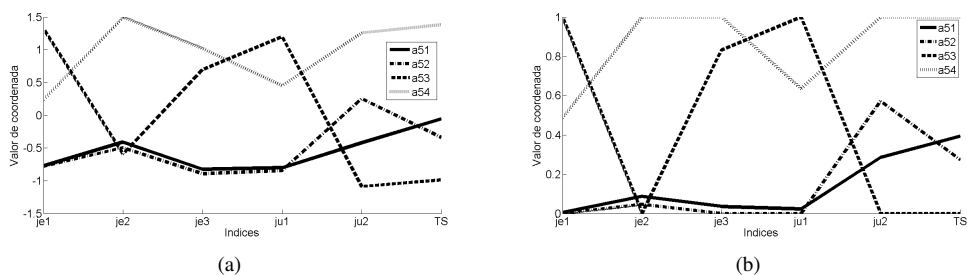


Fig. 48: Modelo 5 (sistema lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

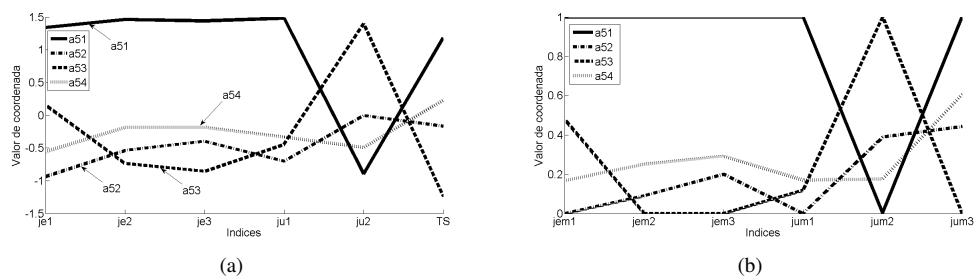


Fig. 49: Modelo 5 (sistema lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

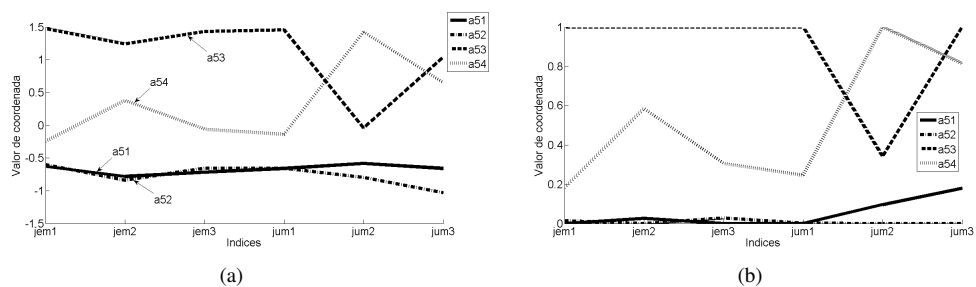


Fig. 50: Modelo 5 (sistema lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

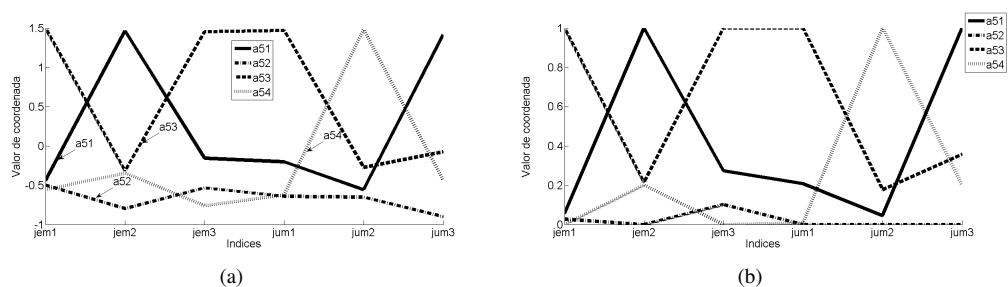


Fig. 51: Modelo 5 (sistema lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

Modelo 5 (sistema no-lineal)

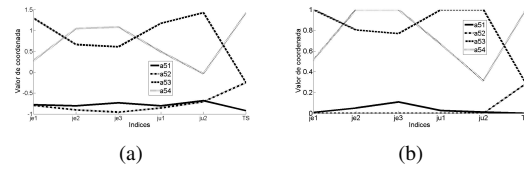


Fig. 52: Modelo 5 (sistema no-lineal). Criterio-A servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

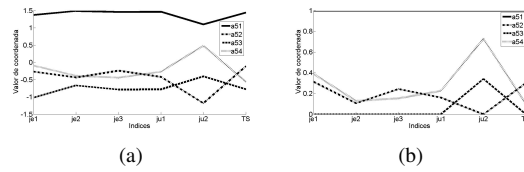


Fig. 53: Modelo 5 (sistema no-lineal). Criterio-A regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

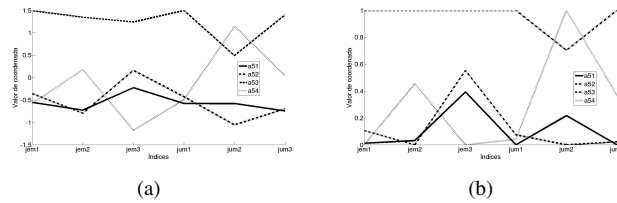


Fig. 54: Modelo 5 (sistema no-lineal). Criterio-B servo: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.

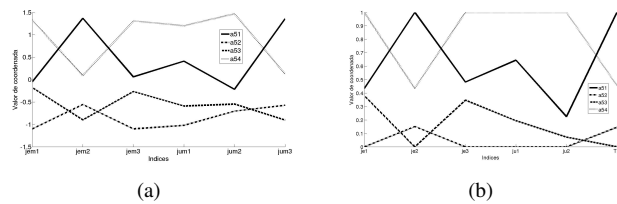


Fig. 55: Modelo 5 (sistema no-lineal). Criterio-B regulatorio: **a)** coordenadas paralelas con desviación estándar, **b)** coordenadas paralelas normalizadas $N(0, 1)$.